پرویز شهریاری

جمشید کاشانی

(تولد در کاشان ـ مرگ در سمرقند ۸۲۳ هجری قمری = ۱۴۳۶ میلادی)

در سده‌ی چهاردهم میلادی، کشورهای خاورمیانه و نزدیک، دوباره با هجوم تیمور ویران شدند، ولی در ابتدای سده‌ی پانزدهم میلادی، الغ‌بیگ نوه‌ی تیمور، مرکز علمی تازه‌ای در سمرقند به‌وجود آورد و تا اندازه‌ای دانشمندان و به‌ویژه ریاضی‌دانان را زیر حمایت خود گرفت در سمرقند که پای‌تخت الغ‌بیک بود، بزرگ‌ترین رصدخانه‌ی خاورمیانه ساخته شد که زیرنظر دانشمند ایرانی، جمشید کاشانی کار می‌کرد. (متولد در کاشان ایران ـ مرگ در ۱۴۳۶ میلاد). کاشانی پیش از ورود به‌سمرقند، «زیج خاقانی» را براساس «زیج ایلخانی» نصیر توسی تنظیم کرد (این کتاب را کاشانی به‌زبان فارسی نوشته است). کاشانی همراه با تنظیم جدول‌های مثلثاتی رساله‌ی «درباره‌ی وتر و سینوس» را نوشت «رساله‌ی درباره‌ی دایره» (رسالة‌المحیطیه) به‌طور مستقیم به‌مساله‌های اخترشناسی مربوط است. کاشانی در سمرقند، فرهنگ ریاضی خود را به‌نام «بازگشایی حساب» (مفتاح‌الحساب) نوشت و در تنظیم زیج جدید گورکانی، که در نتیجه‌ی مشاهده در رصدخانه‌ی سمرقند به‌دست آمده بود، شرکت کرد. کاشانی دارای یک رشته رساله‌های اختصاصی مربوط به‌اخترشناسی و وسیله‌های مربوط به‌آن است.

مفتاح‌الحساب کاشانی شامل پنج بخش است. بخش اول درباره‌ی حساب عددهای درست بحث می‌کند. مضمون این بخش به‌رساله‌ی حساب توسی شباهت دارد؛ در ضمن شامل جذر گرفتن از عدد درست است. برخلاف نسوی و توسی که عمل‌ها را روی تخته و شن انجام می‌دادند، کاشانی عمل‌ها را روی کاغذ انجام می‌دهد. بخش دوم مربوط به‌حساب کسرها می‌شود. در این بخش کاشانی کسرهای ده‌دهی را با جدا کردن بخش درست عدد از بخش کسری آن وارد حساب می‌کند. و ویژگی‌های آن‌ها را شبیه کسرهای شصت‌شصتی ـ که اخترشناسان با واحدهای دقیقه، ثانیه، ثالثه، رابعه و غیره به‌کار می‌برند ـ معین می‌کند. کسرهای ده‌دهی برای دقیق‌تر کردن جذر عددها هم به‌کار می‌رود. بخش سوم به‌محاسبه‌های

اخترشناسان، یعنی به‌عمل‌های حساب مربوط به‌عددهای درست و کسری در دستگاه شصت‌شصتی اختصاص دارد. در بخش چهارم اندازه‌گیری شکل‌های روی صفحه (چندضلعی‌ها، دایره و بخش‌های آن)، و شکل‌های فضایی (منشور و استوانه، هرم و مخروط، کره، چندوجهی‌های منتظم و برخی چندوجهی‌های نیمه منتظم) بررسی شده است. کاشانی برای بررسی مثلث‌ها از مثلثات و جدول‌های مثلثاتی، که از زیج خاقانی توسی برداشته شده است، استفاده می‌کند.

کاشانی در بررسی جسم‌های کروی از مقدار تقریبی عدد، «پی» استفاده می‌کند و آن را برابر این مقدار می‌گیرد:

$$\frac{3}{8}\frac{17}{29}\frac{44}{44} = 3/141593$$

سپس درباره‌ی حجم جسم‌ها از روی وزن آن‌ها صحبت می‌کند که منجر به‌تنظیم جدول وزن مخصوص از جسم‌های جامد و مایع می‌شود. به‌ویژه روش اندازه‌گیری تاق‌ها و گنبدها را که به‌طور گسترده‌ای در معماری خاورزمین به‌کار می‌رود، مورد بررسی قرار می‌دهد. کتاب پنجم به‌جبر اختصاص دارد. کاشانی نتیجه‌هایی را که پیش از او درباره‌ی حل معادله‌های درجه سوم به‌دست آمده بود، تنظیم می‌کند و راه‌حل هندسی آن‌ها را به‌دست می‌دهد و از رساله‌ای صحبت می‌کند که در آن درباره‌ی معادله‌های درجه چهارم صحبت کرده است، ولی این رساله به‌ما نرسیده است. کاشانی سپس حل معادله‌های خطی را طرح می‌کند و چند قاعده برای مجموع جمله‌های رشته‌های عددی و هم قاعده‌هایی برای نسبت‌ها، چه درباره‌ی عددها و چه درباره‌ی کمیت‌های پیوسته، به‌دست می‌آورد. در پایان کتاب تعداد زیادی مساله آمده است.

«رساله‌ی درباره‌ی دایره» (رسالة المحیطیه) کاشانی، به‌محاسبه‌ی نسبت طول محیط دایره به‌قطر آن، با حداکثر دقت لازم اختصاص دارد. کاشانی، محیط دایره را میانگین حسابی بین محیط چندضلعی‌های منتظم محاطی و محیط چندضلعی‌های منتظم محیطی با 3×2^n ضلع می‌گیرد، در ضمن می‌گوید، n را باید چنان گرفت که اگر شعاع دایره برابر فاصله‌ی زمین تا ستاره‌های ثابت باشد (که به‌حساب کاشانی ۶۰۰/۰۰۰ برابر شعاع کره‌ی زمین است)، اختلاف بین محیط‌های چندضلعی‌های درونی و بیرونی از قطر یک موی اسب کم‌تر باشد. کاشانی برای این منظور، n را برابر ۲۸ می‌گیرد، یعنی:

$$3\times 2^n = 3\times 2^{28} = 805306368$$

کاشانی این میانگین حسابی را با دقت بی‌اندازه‌ای حساب می‌کند که اگر شعاع دایره را برابر واحد بگیریم، نسبت طول محیط دایره به‌طول قطر آن، برابر خواهد شد با:

$$\frac{3}{8}\frac{17}{29}\frac{44}{44}{}^{iv}\,0^{v}\,47^{vi}\,25^{vii}\,53^{viii}\,7^{ix}\,35 = 3/141592653589793425$$

و از ۱۷ رقمی که کاشانی برای عدد پی پیدا کرده است، تنها، رقم آخر آن درست نیست.

رساله‌ی «وتر و سینوس» به‌ما نرسیده است، ولی مهم‌ترین بخش‌های آن در رساله‌ی «سینوس یک درجه‌ی» قاضی‌زاده‌ی رومی، همکار دانشمند کاشانی در سمرقند، حفظ شده است. رساله‌های کاشانی و قاضی‌زاده به‌محاسبه‌ی سینوس یک درجه از روی مقدار سینوس سه درجه اختصاص دارد. اگر $x=\sin 1^\circ$ و مقدار $a=\sin 3^\circ$ مفروض گرفته شود، x را می‌توان از این معادله به‌دست آورد:

$$3x-4x^3=a$$

کاشانی این معادله را به‌سادگی و با ظرافت بی‌اندازه‌ای حل می‌کند و به‌دست می‌آورد:

$$\sin 1^\circ=0/017452264378357$$

کاشانی این معادله‌ی درجه سوم را از راه جبری حل می‌کند و اگرچه جواب تقریبی را به‌دست می‌دهد، ولی می‌توان با ادامه‌ی راه حل کاشانی آن را با دقت و با هر تقریبی (تا هرچند رقم ده دهی) محاسبه کرد. در ضمن می‌دانیم هر معادله‌ی درجه سوم کامل به‌صورت

$$ax^3+bx^2+cx+d=0$$

را می‌توان با انتخاب مجهول کلی $y=x-\frac{b}{3a}$ به‌معادله‌ی درجه سوم ناقص تبدیل کرد، به‌گونه‌ای که شامل y^2 نباشد:

$$Ay^3+By+C=0$$

و بنابراین، جمشید کاشانی توانسته است راه حل معادله‌ی درجه سوم را، برای نخستین بار با روش جبری، پیدا کند. رابطه‌ای که برای حل معادله‌ی درجه سوم به‌نام کاردان معروف است، تنها این مزیت را دارد که نشان می‌دهد، ریشه‌های معادله‌ی درجه سوم را می‌توان با رادیکال‌ها بیان کرد [گرچه این رابطه متعلق به‌کاردان نیست و برای اولین بار تارتاگلیای ایتالیایی آن را به‌دست آورده است]. ولی برای حل عملی معادله‌ی درجه سوم، رابطه‌ی کاردان منجر به‌محاسبه‌ی عددهای مختلط می‌شود و برای پیداکردن ریشه‌ها راهی عملی نیست: راه حل جمشید کاشانی راه حل عملی است که در تاریخ ریاضی فراموش شده است.

□

کاشانی در زمان تسلط تیموریان را در ایران می‌زیست. یورش‌های چنگیز و هلاکو و تیمور را به‌ایران، که در فاصله‌ی زمانی کوتاهی انجام گرفت و با ویرانی و کشتار مردم همراه بود، باید سرآغازی برای افول فرهنگ و دانش ایرانی دانست. چنگیز ضمن تسلط بر آسیا (به‌جز هند و عربستان و سوریه)، شهرها را ویران می‌کرد. و در بسیاری جاها هیچ موجود زنده‌ای را باقی نمی‌گذاشت.

تیمور بعد از موفقیت‌هایی که در ماوراءالنهر و خوارزم به‌دست آورد، در سال ۷۸۲ هجری

قمری به‌ایران حمله کرد. در پنج سال خراسان و گرگان و مازندران را گرفت و در سه سال بعد، تا فارس، و در شمال تا گرجستان و ارمنستان پیش رفت. و سرانجام در سال ۷۸۹ به‌تقریب تمامی خاک ایران را به‌تصرف درآورد.

تیمور که خود را «امیر صاحب‌قران» می‌نامید، برای موفقیت‌های خود از نفوذ «سید برکه» استفاده می‌کرد، حتا بعد از مرگ «سید برکه»، نزدیکان و مریدان او در دستگاه حکومتی تیمور، دارای مقام و منصب بودند. «امیر صاحب قران» وصیت کرده بود، پس از مرگ، او را در کنار قبر «سید برکه» دفن کنند.

تیمور چهار پسر داشت، جهانگیر و عمر شیخ، میران شاه و شاهرخ: در دوران زندگی تیمور، دو پسرش که زنده مانده بودند، میران‌شاه در آذربایجان ساکن بود و بر غرب ایران و عراق و اردن و گرجستان و ارمنستان حکومت می‌کرد. شاهرخ که مرکز خود را در هرات قرار داده بود، بر شرق ایران و ماوراءالنهر حکم می‌راند. هر دو بسیار سخت‌گیر و خشن بودند و به‌ویژه میران‌شاه از هیچ جنایتی برای پیشبرد هدف‌های خود دریغ نمی‌کرد. و به‌همین جهت، مردم به‌پیروی از هواداران «حروفیه» او را «ماران شاه» می‌نامیدند. با مرگ تیمور جنگ‌های خونینی بین دو برادر و فرزندان آن‌ها و دیگر نوه‌های تیمور، و همچنین سرداران و سربازان تیمور درگرفت. هر کسی در گوشه‌ای از امپراتوری تیمور، علم استقلال برافراشت و ادعای جانشینی تیمور را داشت.

سرانجام شاهرخ توانست بر رقیبان خود غلبه کند و کم وبیش تمامی سرزمین‌های تیموری را زیر فرمان خود درآورد.

بعد از غلبه‌ی شاهرخ بر رقیبان، خود در هرات نشست و پسرش الغ بیگ (الغ‌بیگ یعنی «امیر بزرگ») را مامور اداره‌ی ماوراءالنهر در خراسان کرد. تا آن زمان الغ‌بیگ بیش‌تر همراه پدرش، در جنگ‌ها شرکت می‌کرد.

الغ‌بیگ بعد از مرگ پدرش (در سال ۸۵۰ هجری قمری) چندان دوامی نیاورد و سرانجام، بعد از ۳ سال، با توطئه‌ی پسرش عبداللطیف کشته شد. (در سال ۸۵۳ هجری قمری). الغ‌بیگ ۳۶ سال بر ماوراءالنهر حکومت کرد و در تمام مدت، سمرقند مرکز حکومت او بود و تنها برای جنگ با مخالفان و گشودن شهرها، از سمرقند خارج می‌شد. الغ‌بیگ را دوستدار دانش و خود او را یکی از دانشمندان می‌دانند. این شاید، تا اندازه‌ای درست باشد. ولی در واقع الغ‌بیگ هم، مانند پدر و جد خود، آدمی ستمگر و خودکامه بود. گاهی با دانشمندان می‌نشست و گفت وگو می‌کرد. دربار باشکوه و حرمسرای او، جنگ‌های او و حتا معماری زمان او – که به‌دست معماران هنرمند و گمنام ایرانی و با کار اجباری هزاران انسان ساده انجام گرفته است ـ گواهی بر این مطلب است.

بسیاری را عقیده بر این است که، الغ‌بیگ وسیله‌ی نابودی جمشید کاشانی را فراهم کرده

است. «تذکره‌ی هفت اقلیم» که نزدیک به ۱۷۵ سال بعد از مرگ کاشانی و به‌وسیله‌ی «امین احمد رازی» نوشته شده است، این مطلب را تایید می‌کند. او می‌نویسد: «چون جمشید کاشانی از تعظیم و تکریم خودداری می‌کرد، جناب میرزا [الغ‌بیگ] از این رهگذر همواره مکدر بود و اظهار آزردگی می‌فرمود. اما بنابر آنکه معامله‌ی زیج بی‌وجود مولانا [یعنی جمشید کاشانی] اختتام نمی‌پذیرفت، در تجرع [یعنی فرو خوردن خشم] سخنان تلخ مولانا صابر بود و همیشه بر زبان می‌آورد که، این مهم کی صورت انصدام یابد [یعنی چه زمانی تمام می‌شود] تا من از اطوار و گفتار ناهنجار مولانا جمشید خلاص شوم و بعضی باعث فرت مؤلانا را از جانب میرزا الغ‌بیگ می‌دانند».

به‌جز این، الغ‌بیگ در مقدمه‌ی زیج خود، محاسبه‌ی سینوس یک درجه را، که بی‌تردید از شاه‌کارهای کاشانی است، بعد از مرگ جمشید به‌خرد نسبت داده است، بدون این‌که از کاشانی نام ببرد.

□

ریاضی‌دانان ایرانی در سده‌های سیزدهم تا پانزدهم میلادی، در زمینه‌ی ریاضیات محاسبه‌ای به‌موفقیت‌های زیادی رسیدند: محاسبه و تنظیم جدول‌های مثلثاتی، حل مثلث کروی، محاسبه‌ی ریشه‌های معادله‌های جبری، محاسبه‌ی دقیق عدد پی، عمل‌های مربوط به‌محاسبه و تشکیل نظریه‌ی نسبت‌ها را قوام دادند و مفهوم عدد را درباره‌ی کمیت‌های پیوسته گسترش بخشیدند.

نوشته‌های بکر و ترجمه‌های ریاضی‌دانان و اخترشناسان این دوره، که بیش‌تر ایرانی بودند، تاثیری عظیم بر پیشرفت فرهنگ و دانش کشورهای اروپایی از سده‌ی دوازدهم به‌بعد داشت. در سده‌ی دوازدهم، رساله‌های حساب و جبر خوارزمی به‌لاتینی ترجمه شد... در جریان مبارزه‌ی بین هواداران محاسبه‌ی جدید با نمایندگان حساب قدیمی رومی، سرانجام عددهای موضعی و رقم‌های هندی ۱، ۲، ۳، ...، ۹ در اروپای غربی رواج یافت که به‌اشتباه نام «رقم‌های عربی» به‌خود گرفت: شکل لاتینی نام «الخوارزمی» به‌صورت Algorithmus، در آغاز به‌شیوه‌ی محاسبه‌ی با دستگاه عددنویسی موضعی دهدهی گفته می‌شد و سپس (از زمان لایب نیتس)، هر جریان محاسبه‌ای منظم را «آلگوریتم» گفتند. نخست نام رساله‌ی خوارزمی به‌همان صورت اصلی خود «الجبروالمقابله» و سپس نام «الجبر» به‌صورت Algebre روی این دانش گذاشته شد. کمابیش در همین زمان، نوشته‌های فارابی، ابوکامل، ابن‌هیثم و پورسینا نیز ترجمه شد.

در سده‌ی دوازدهم «مقدمات» اقلیدس، «مجسطی» بتلمیوس، نوشته‌های ارشمیدس، آپولونیوس و دیگر دانشمندان یونان باستان از عربی به‌لاتینی برگردانده شد. ترجمه‌ی مستقیم این اثرها از زبان یونانی در سده‌های پانزده و شانزده انجام گرفت. در این زمان در اسپانیا، ایتالیا و جنوب فرانسه، تعداد زیادی به‌نوشته‌های عربی مشغول بودند.

نخستین ریاضی‌دان اروپای غربی فیبوناچی (حدود ۱۱۷۰ - ۱۲۵۰ میلادی) در تونس تحصیل می‌کرد. کتاب «حساب» فیبوناچی زیر تاثیر جدی ابوکامل نوشته شده و مساله‌های زیادی از جبر و حساب را از او تقلید کرده است. ریاضی‌دانان بزرگ دیگر اروپای سده‌های میانه، رژیوموتان (۱۴۳۶-۱۴۷۶ میلادی)، نویسنده‌ی کتابی در مثلثات به‌نام «پنج کتاب» درباره‌ی همه‌ی گونه‌های مثلث است که از نوشته‌های بتانی و نصیر توسی استفاده کرده است.

در سده‌ی پانزدهم میلادی، وقتی که قسطنطنیه به‌وسیله‌ی ترک‌ها اشغال شد، تماس بین دانشمندان شرق با اروپا بیش‌تر شد. در این زمان دیگر جدول‌های اخترشناسی گورکانی و سایر نوشته‌های دانشمندان سمرقند که به‌زبان‌های یونانی جدید، لاتینی و آلمانی ترجمه شده بود، در اروپا پیدا می‌شد ضمن این ترجمه‌ها، باید نخستین نوشته‌های مربوط به جبر را هم نام برد که در آن‌ها، برای نخستین بار، اصطلاح‌های جمشید کاشانی در اروپا معمول شد. در همین زمان در اروپا، بحثی که نصیر توسی درباره‌ی اقلیدس کرده بود (تحریر اقلیدس) و اروپایی‌ها با دیدگاه‌های خیام و توسی درباره‌ی تشکیل نسبت‌ها و هم درباره‌ی خط‌های راست موازی آشنا شدند، ممکن است اروپایی‌ها، اندیشه‌ی مربوط به‌بی‌نهایت کوچک‌ها را، از بحثی که توسی درباره‌ی ارشمیدس دارد، گرفته باشند.

اندیشه‌های خیام و توسی و تعمیم مفهوم عدد و گسترش آن تا عدد پیوسته، به‌اندیشه‌های رنه دکارت (۱۵۹۴-۱۶۵۰ میلادی) خیلی نزدیک است که پاره‌خط هندسی را به‌وسیله‌ی مقدار متغیری که معرف نقطه‌های پاره‌خط راست است، شرح می‌دهد. ما درباره‌ی آشنایی دکارت با نوشته‌های توسی اطلاعی نداریم، ولی جان والیس (۱۶۱۶-۱۶۶۳ میلادی) با این نوشته‌ها آشنا بود و در یکی از کارهای خود که به‌نظریه‌ی خط‌های راست موازی و نظریه‌ی تشکیل نسبت‌ها اختصاص دارد، همان تفسیر توسی را درباره‌ی این موضوع‌ها تکرار کرده است. «ساکری» با نظریه‌ی خط راست خیام و توسی به‌وسیله‌ی «والیس» آشنا شد و نظریه‌ی نسبت‌ها و نظریه‌ی خط‌های راست موازی، منجر به‌دو کشف بزرگ در تاریخ ریاضیات شده است: ورود کمیت‌های متغیر در ریاضیات و کشف هندسه‌ی نااقلیدسی.

در این زمان، بسیاری از کارهای کاشانی در اروپا شناخته نشده بود و دانشمندان اروپای غربی، بعد از ۱۵۰ تا ۲۰۰ سال بسیاری از کشف‌های کاشانی را دوباره کشف کردند: رابطه‌ی مربوط به‌توان‌های دو جمله‌ای (دو جمله‌ای نیوتون برای نماهای طبیعی) به‌وسیله‌ی شتیفل در سال ۱۵۳۵ میلادی، کسرهای ده‌دهی به‌وسیله‌ی سیمون سته وَن در سال ۱۵۸۲ میلادی کشف شد، عدد پی هم تا ۱۷ رقم بعد از ممیز، دوباره در سال ۱۵۹۳ میلادی به‌وسیله «آندریان وان رومن» محاسبه شد.