به کارگیری مدل برنامه‌ریزی آرمانی جهت بهینه‌سازی برنامه‌ریزی تولید در شرکتهای فرآورده‌های گوشتی

*دکتر عبدالحمید صفایی قادیکلایی**

*قاسم مهدوی***

چکیده

با افزایش سطح رقابت در دهه‌های اخیر، مدیریت شرکتها توجه خود را معطوف به اهداف گوناگون و متعددی نظیر تأمین سود پایدار، افزایش یا حداقل حفظ سهم در بازار، تنوّع محصولات، تثبیت قیمتها و دهها هدف دیگر می‌کنند که این اهداف گاه متعارض نیز می‌باشند. با توجه به این تعدد هدف در شرایط واقعی، برنامه‌ریزی خطی که ضرورتاً یک‌هدف یا معیار را در برنامه‌ریزی مورد توجه قرار می‌دهد، نمی‌تواند ابزار مناسبی برای برنامه‌ریزی در این شرایط باشد. به عبارت دیگر در برنامه‌ریزی تولید ترکیبی، باید طوری عمل شود که علاوه بر تخصیص بهینه منابع محدود، اهداف متعدد و گاه متعارض نیز تا حدّ ممکن برآورده شود.

مدل برنامه‌ریزی آرمانی راه حرکت همزمان به سوی چندین هدف حتی اهداف متعارض را نشان می‌دهد؛ بنابراین در شرایط واقعی طراحی سیستم‌ها می‌توان از برنامه‌ریزی آرمانی به عنوان ابزار کارآمد در طراحی سیستم‌های عملیاتی استفاده کرد. در این مقاله، ابتدا مدل برنامه‌ریزی آرمانی و دلایل استفاده از این مدل توضیح داده شد، سپس یک مدل برنامه‌ریزی آرمانی برای بهینه‌سازی برنامه‌ریزی تولید با توجه به منابع و امکانات و محدودیتهای شرکت مورد مطالعه طراحی می‌شود تا شرکت بتواند به اهداف متعدد خود تا حد امکان دست یابد.

واژه‌های کلیدی

برنامه‌ریزی آرمانی، برنامه‌ریزی تولید، طراحی و حل مدل، فرآورده‌های گوشتی و نرم‌افزار LINGO.

---

* استادیار دانشگاه مازندران.

** دانشجوی کارشناسی ارشد مدیریت بازرگانی دانشگاه مازندران.

مقدمه

گسترش روزافزون سازمانها و شرکتهایی که عهده‌دار وظایف مختلف با هدفهای متفاوت هستند از یک سو و تأثیر پیشرفت علوم و تکنولوژی در شکل و عملکرد آنها از سوی دیگر، اداره‌کردن سازمانها و شرکتها را پیچیده ساخته است. به دنبال این تغییر و تحول و پیچیدگی و تکامل روزافزون، مسؤلیت مدیران در امر برنامه‌ریزی و تخصیص بهینهٔ منابع موجود، سنگین‌تر و نقش آنها در هماهنگی و هدایت سازمان به سوی اهداف تعیین شده حساس‌تر می‌گردد. بقا و پیشرفت سازمانها و شرکتها در چنین شرایطی تنها در گرو استفادهٔ بهینه از منابع و امکانات موجود خواهد بود. این مهم می‌تواند با به کارگیری تکنیکهای علمی در برنامه‌ریزی و تصمیم‌گیری مانند مدلهای ریاضی میسر گردد.

یکی از مهمترین مسائل در صنایع دارای تولید ترکیبی، تعیین میزان بهینهٔ تولید از انواع محصولات تولیدی شرکت است. به عبارت بهتر ممکن است چندین محصول باشد که کارخانه بتواند آنها را در یک دوره تولید کند و بفروشد و لیکن می‌خواهد بداند که چه مقدار از هر کدام باید تولید نماید(۱). بدیهی است برنامه‌ریزی خطی با توجه به رفتار تحت یک معیار واحد در این شرایط کارآمد نخواهد بود. مدل برنامه‌ریزی آرمانی که یکی از مدلهای ریاضی پیشرفته در حوزهٔ تکنیکهای تصمیم‌گیری چندمعیارهMCDM[(۱)] است برای تعیین میزان تولید هریک از محصولات متنوع و متعدد، به کار گرفته خواهد شد.

دلایل استفاده از برنامه‌ریزی آرمانی

آنچه مسلم است در دنیای واقعی، بسیاری از مسائل برنامه‌ریزی دارای بیش از یک هدف عمدهٔ حداکثرکردن سود یا حداقل‌کردن هزینه می‌باشند؛ هدفهایی نظیر تأمین سود پایدار، افزایش و یا حداقل حفظ سهم در بازار فروش، تنوع محصولات، تثبیت قیمتها، ارتقای روحیهٔ کارکنان و افزایش بهره‌وری و...، که گاه این اهداف به طور همزمان موردتوجه مدیران شرکتهاست. هر چند معیارهای منفرد برای تشکیل یک‌مدل آسانتر هستند، اغلب نشان‌دهندهٔ واقعیت نیستند. در بیشترموارد ممکن است که اهداف موردنظر با یکدیگر در تضاد باشند و یا حتی در صورتی که اهداف در یک جهت

قرار گیرند، بسیاری از آنها عملاً از واحدهای اندازه‌گیری ناهمگنی تشکیل بشوند و نتوان جمع جبری آنها را در قالب یک تابع هدف‌خطی نوشت. در ضمن سازمانهای عام‌المنفعه آرمان سود ندارند و مرکز آرمانهای اجتماعی هستند که در این موارد ممکن است هدف به دست آوردن یک سطح رضایت‌بخشی از موفقیت براساس چندین معیار باشد.[۲] از مسائل دیگری که در برنامه‌ریزی خطی وجود دارد عدم انعطاف‌پذیری آن است؛ یعنی محدودیتها قطعی بوده و هیچگونه انحراف از محدودیتها مجاز می‌باشد. تمام موارد ذکر شده از معایب و ایرادات برنامه‌ریزی خطی است. تکنیکی که برای رفع این معایب و فرموله‌کردن این گونه مدلها ارائه می‌گردد، تکنیک پیشرفتهٔ برنامه‌ریزی آرمانی است. بر اساس گزارش لی، مور، تیلور، برنامه‌ریزی آرمانی قویترین تکنیک در حوزهٔ روشهای تصمیم‌گیری چندمعیاره محسوب می‌گردد.[۳]

به طور خلاصه بنا به سه دلیل عمده و اصلی زیر، روش برنامه‌ریزی آرمانی برای حل مسائل برنامه‌ریزی تولید پیشنهاد می‌شود:

وجود اهداف غیرقابل جمع

هر مسأله برنامه‌ریزی تولید به دنبال تعیین بهینهٔ میزان تولید، سطح نیروی انسانی و سطح انباراست؛ به طوری که با کمترین هزینه پاسخگوی تقاضا در طی افق برنامه‌ریزی باشد. مشکل اصلی در تعیین این مقادیر، تقابل این سه هدف با یکدیگر است؛ به این‌معنا که دسترسی به هریک از این اهداف، تأمین اهداف دیگررا خدشه‌دار می‌سازد. یعنی اگر برای پاسخگویی به تقاضا میزان تولید افزایش‌یابد، در این صورت برای افزایش تولید، نیروی انسانی بیشتری لازم است و از طرفی ممکن است بر سطح انبار اثر گذارد.

از طرف دیگر تغییر سطح انبار چه به طور مثبت و چه منفی موجب اضافه‌کاری یا کم‌کاری و نیز افزایش یا کاهش نیروی انسانی خواهد شد. با کمی توجه به مسأله برنامه‌ریزی تولید ادغامی، می‌توان نتیجه گرفت که اهداف سه گانهٔ فوق و حتی سایر اهداف نظیر میزان قرار داد جانبی یا اضافه‌کاری و... قابل جمع در یک تابع هدف واحد نظیر آنچه در برنامه‌ریزی خطی به کار می‌رود، نیستند. دلیل این امر آن است که معمولاً برای هریک از این سه هدف مقادیر خاصی از سوی مدیران تعیین می‌شود

که باعث می‌گردد دسترسی کامل و در عین حال توأم به همهٔ این اهداف ممکن نباشد. به عنوان مثال، ممکن است مدیری بخواهد حداکثر بهره‌گیری از ظرفیت تولیدی، کارمندان ثابت، خط‌تولید متنوع و حداقل آلودگی را داشته باشد. بدیهی‌است دسترسی کامل به همهٔ این اهداف در آن واحد میسر نباشد؛ از این رو باید مدلی به وجود آورد که همهٔ اهداف را به نوعی با هم در نظر بگیرد و در دسترسی به آنها سعی داشته باشد. در این جا است که ضرورت استفاده از برنامه‌ریزی آرمانی آشکار می‌شود.

نوسان در تقاضا

اصولاً انتخاب استراتژی‌های مختلف برای مسأله برنامه‌ریزی تولید ادغامی از نوسان در تقاضا سرچشمه می‌گیرد . اگر تقاضا در طول زمان مقداری ثابت و قطعی باشد، در این صورت به راحتی و با کمترین هزینه می‌توان با سرعت ثابتی تولید کرد. ولی در دنیای واقع، تقاضا در طول زمان متغیر است. نوسان در تقاضا منجر به اتّخاذ تصمیم‌های مختلف می‌شود که پویایی این فرایند را تضمین کند.

عدم دسترسی به اقلام واقعی هزینه

بیشتر شرکتهای تولیدی، تخمین دقیقی از هزینه‌های تولید، نیروی انسانی، انبار و... ندارند. دسترسی به اقلام واقعی این هزینه‌ها بسیار مشکل است. حال با توجه به این موضوع، بدیهی است اگر مدلی بر اساس چنین فرضیات و تخمین‌های نادرستی بنا شود، این مدل دقت لازم را نداشته باشد و چه بسا جوابهای نادرستی نیز به دست دهد. به عبارت دیگر تابع هدفی که در این مدلها «مینیمم» می‌شود یک ترکیب و ساختار هزینه‌ای دارد؛ حال اگر این اقلام هزینهٔ واقعی نبوده و تخمین‌های دقیقی برای آنها به کار نرفته باشد، مدلهای فوق نمی‌توانند منجر به یک جواب صحیح شوند.

در میان روشهای مختلف برنامه‌ریزی چندمعیاره، تصمیم‌گیرندگان بیشتر ترجیح می‌دهند از شیوهٔ برنامه‌ریزی آرمانی استفاده کنند. دلیل این امر را می‌توان در این نکته دانست که تصمیم‌گیرنده قادراست تا در هنگام مدلسازی، سلیقه‌ها، قضاوتها و ارجحیتها فردی را در قالب تابع هدف اعمال کند، همچنین این رویکرد قابلیت انطباق

بیشتری با شرایط واقعی تصمیم‌گیری دارد و هدف‌گذاری را متناسب با عوامل پیچیدهٔ محیطی انجام می‌دهد.

اجزای تشکیل‌دهندهٔ مدل برنامه‌ریزی آرمانی[۴]

اجزای تشکیل دهندهٔ برنامه‌ریزی آرمانی عبارتند از:

الف. انحرافات

ب. اولویت و وزن اهداف

ج. ابعاد هدفها

الف. انحرافات

مقادیری هستند که نشان‌دهندهٔ دستیابی فراتر یا پایین‌تر از یک آرمان تعیین شده هستند. انحرافات مثبت با d_i^+ و انحرافات منفی با d_i^- نمایش داده می‌شوند. انحرافات می‌توانند مطلوب یا نامطلوب باشند. برای مثال، در مورد سود، d^+ مطلوب است در حالی که d^- نامطلوب است. باید توجه داشته باشیم که هر دو d_i^+ و d_i^- غیرمنفی است و همزمان مقدارمثبت به خود نمی‌گیرند.($d_i^+ \geq 0$ و $d_i^- \geq 0$ و $d_i^+ \times d_i^- = 0$). چرا که جهت تغییرات بین دو متغیر معکوس می‌باشد و مقدار داشتن یکی به معنای صفربودن دیگری است.

ب. اولویت بندی اهداف

اهداف در برنامه‌ریزی آرمانی به سه شیوهٔ مختلف اولویت‌بندی می‌شوند:

۱- اولویت‌بندی اوردینال[۵] (عددی): در این روش اهداف بر اساس اهمیت‌شان مرتب می‌شوند. برای به دست آوردن حل اوردینال، باید انحرافهای مثبت و یا منفی دربارهٔ آن هدف را بر طبق عوامل اولویت ویژه[۶] رتبه‌بندی کرد. P_1 سطح اولویت مهمترین هدف و انحراف نامطلوب مربوط به آن را معین می کند. P_2 سطح اولویت دومین هدف مهم را معین می‌کند و به همین ترتیب.

۲- رتبه‌بندی کاردینال[۷] (رتبه‌ای): در این روش وزن مشخصی به هر یک از انحرافها داده می‌شود. به عبارت دیگر ضریب جریمه برای هر یک از انحرافها در نظر گرفته می‌شود که این وزن مشخص یا ضریب جریمه مبیّن اهمیت نسبی هر انحراف است.

۳- اولویت‌بندی مرکب: در این نوع اولویت‌بندی ترکیبی از هر دو نوع اولویت‌بندی فوق به کار برده می‌شود. در این نوع اولویت‌بندی در بعضی از سطوح اولیه متغیرهای انحراف می‌توانند دارای وزن مشخصی باشند.

ج. ابعاد هدفها

تابع هدف برنامه‌ریزی آرمانی می‌کوشد تا مجموع وزنی انحرافات نامطلوب را براساس اهمیت‌شان حداقل کند. اگر ابعاد انحرافات متفاوت باشند، چنین مجموعه‌ای ممکن است کمی نامعقول به نظر رسد. برای مثال ممکن است d_1 انحراف از سود به دلار باشد در حالی که d_2 ممکن است بیان‌کنندهٔ درصد سهم بازار باشد. این گونه مسائل با استفاده از رتبه‌بندی کاردینال حل می‌شوند؛ بنابراین تابع هدف برنامه‌ریزی آرمانی هنگامی معقول و صحیح است که اهداف از یک مقیاس بوده باشد و در نتیجه انحرافهای ظاهر شده در تابع هدف هم مقیاس باشند یا همگی بی‌مقیاس شده باشند.

همگن‌سازی تابع هدف در برنامه‌ریزی آرمانی

در بسیاری از مسائل برنامه‌ریزی‌آرمانی اهداف تشکیل‌دهندهٔ مدل دارای‌واحدهای مختلف است و یا اختلاف قابل ملاحظه‌ای بین مقادیر آرمانها در آن مدل وجود دارد. در این شرایط از برنامه‌ریزی آرمانی وزن‌دار (WGP) با انحرافات تعدیل شده استفاده می‌شود.

روشهای مختلفی برای نرمالایز کردن انحرافات پیشنهاد شده است که سه روش متعارف آنها به قرار زیر است:

الف. استفاده از مقادیر سمت راست: در این روش طرفین محدودیتهای آرمانی را بر سمت راست آنها تقسیم می‌کنیم. این کار در صورتی امکان‌پذیر است که مقادیر سمت راست آرمانها صفر نباشند.

ب. استفاده از نرم اقلیدسی: در این روش طرفین محدودیتهای آرمانی را به جای تقسیم بر مقادیر سمت راست آنها بر نرم اقلیدسی آن تقسیم می‌کنیم. بیان ریاضی نرم اقلیدسی به شرح زیر است:

$$\left\| C_j \right\| = \sqrt{C_j' \times C_j}$$

C_j نشان‌دهندهٔ بردار ضرایب متغیرهای تصمیم در آرمان i می‌باشد. و C'_j ماتریس ترانهادهٔ بردار C_j می‌باشد.

به عنوان مثال اگر برای هدف J ام داشته باشیم:

$$C_{j1}X_1 + C_{j2}X_2 + \ldots\ldots\ldots\ldots + C_{jn}X_n + d_j + d'_j = b_j$$

نرمآلایز کردن آن با روش نرم اقلیدسی به این صورت خواهد بود:

$$\frac{C_{j1}X_1}{\|C_j\|} + \frac{C_{j2}X_2}{\|C_j\|} + \ldots\ldots\ldots\ldots + \frac{C_{jn}X_n}{\|C_j\|} + d_j - d'_j = \frac{b_j}{\|C_j\|}$$

ج. کاربرد توأم نرم اقلیدسی و مقادیر سمت راست: در این روش از هر دو روش ارائه شده در بالا به صورت توأم استفاده می‌شود، به این صورت که طرفین محدودیتهای آرمانی را بر حاصلضرب نرم اقلیدسی و عدد سمت راست آنها که به صورت زیر می‌باشد تقسیم می‌کنیم.

$$\|C_j\| = b_i\sqrt{C'_j \times C_j}$$

ساختار برنامه‌ریزی آرمانی

مدل عمومی برنامه‌ریزی آرمانی از چهار عنصر شکل گرفته است:[۸]

الف. متغیرهای تصمیم

ب. محدودیتهای سیستمی

ج. محدودیتهای آرمانی

د. تابع هدف

الف. متغیرهای‌تصمیم: همانند برنامه‌ریزی‌خطی، متغیرهای تصمیم می‌توانندمضامینی همچون تعداد واحدهای کالای تولیدی و یا سهم هر یک از مواد در یک ترکیب و... باشند. متغیرهای تصمیم اساس کار برای سایر قدمها در مدل‌سازی می‌باشند و فاکتورهایی هستند که تصمیم‌گیرنده آنها را کنترل می‌کند.

ب. محدودیتهای سیستمی: محدودیتهای سیستمی معادل با محدودیتهای برنامه‌ریزی خطی است. این محدودیتها مبیّن محدودیتهای قطعی‌بوده و هیچ انحرافی در مورد آنها مجاز نیست.

ج. محدودیتهای آرمانی: محدودیتهای آرمانی بیان‌کنندهٔ سطوح مورد درخواست یا ارزش مشخصی است که بایستی به آن دست یافت. محدودیتهای آرمانی دارای علایمی به صورت d_i^+ و d_i^- هستند. علامت منفی در مقابل d_i^+ و علامت مثبت در مقابل d_i^- قرار می گیرد.

د. تابع هدف: برای نمایش تابع هدف دربرنامه‌ریزی آرمانی، سه جنبهٔ زیر باید معیّن شود:

۱- سطح اولویتی که هدف در آن قرار دارد.

۲- وقتی که دو یا بیشتر از دو هدف در سطح اولویت مشابهی باشند به هر هدف وزن نسبی مشابه داده شود؛ این وزن‌دهی اهمیت نسبی اهداف را نشان می‌دهد.

۳- متغیرهای انحرافی مربوط، که باید با توجه به هر هدف جریمه شوند.

وقتی از برنامه‌ریزی آرمانی استفاده می‌کنیم اهداف بر مبنای سه مفهوم زیر فرموله می‌شوند:

۱- متغیرهای انحرافی: که با d^- و d^+ نشان داده می‌شوند و هدف مدل کمینه یا بیشینه کردن مجموع این متغیرهاست.

۲- فاکتورهای اولویت (با تقدم نسبت به یکدیگر): منظور جهت‌دهی مدل برای بهینه‌سازی اهداف برحسب اهمیت اهداف می‌باشد.

۳- وزن‌دهی به متغیرهای انحرافی در همان سطح اولویت: در برخی موارد ضروری است که متغیرهای انحرافی را که سطح اولویت مشابهی دارند وزن‌دهی کنیم.[۹]

مدل عمومی برنامه‌ریزی آرمانی[۱۰]

مدل برنامه‌ریزی آرمانی استاندارد ایگنیزیو به صورت زیر است:

$$\text{Minimize} \quad \bar{a} = \{P_1(\bar{n},\bar{p}), P_2(\bar{n},\bar{p}),\ldots,P_k(\bar{n},\bar{p})\}$$

$$\text{Subject to:} \quad \begin{matrix} f_i(x) + n_i - p_i = b_i \\ \bar{x},\bar{n},\bar{p} \geq 0 \end{matrix} \qquad i=1,2,3,\ldots$$

که در آن : $\overline{a}$ تابع دستیابی

$\overline{p},\overline{n}$ متغیرهای انحرافی منفی و مثبت،

$P_k(\overline{n},\overline{p})$ تابعی از متغیرهای منفی و مثبت در اولویت k،

$f_i(x)$ تابعی از متغیرهای تصمیم در هدف i (اگر $f_{i(x)}$ خطی نباشد مسأله تبدیل به NLGP[11] خواهد شد.)

b_i میزان آرمان در هدف i ،

k تعداد اولویت‌ها در مدل است.

مدلهای برنامه‌ریزی آرمانی را مانند مدلهای‌برنامه‌ریزی خطی می‌توان به دوشیوهٔ گرافیکی و سیمپلکس حل نمود. روش حل گرافیک برای مدلهایی به کار برده می‌شود که دارای بیش از دو متغیر انتخاب (تصمیم) نباشند. باید به خاطر داشت که برخلاف روشهای حل مدلهای برنامه‌ریزی خطی مدل برنامه‌ریزی آرمانی به دنبال حداکثرکردن یک هدف نیست بلکه اهداف متعددی را داراست که بترتیب اولویت و اهمیت آنها باید تا جای ممکن بهینه گردد. مدل برنامه‌ریزی آرمانی همیشه حداقل‌کننده است. انحراف از هدف با بالاترین اولویت باید در درجهٔ اول تا حدّ ممکن حداقل گردد و همین طور اهداف دیگر به ترتیب درجه اهمیت آنها حداقل می‌گردند. روش سیمپلکس که به طور کلی برای حل مدلهای برنامه‌ریزی خطی بکار برده می‌شود، با تغییراتی می‌تواند برای حل مدلهای برنامه‌ریزی آرمانی نیز مورد استفاده قرار گیرد.

محدودیتهای مدل برنامه‌ریزی آرمانی پیشنهادی

پژوهش حاضر طراحی یک مدل برنامه‌ریزی آرمانی برای تعیین ترکیب بهینهٔ تولید در شرکت فرآورده‌های گوشتی مورد مطالعه است. برای طراحی مدل، ابتدا محدودیتهای مدل را تشکیل‌می‌دهیم. محدودیتهای مدل به دوبخش کلی محدودیت‌های سیستمی و محدودیتهای آرمانی تقسیم‌می‌شوند. محدودیتهای سیستمی، محدودیتهای قطعی است که هیچگونه انحراف در مورد آنها مجاز نمی‌باشد. این محدودیتها شامل ظرفیت ماشین‌آلات، نیروی انسانی و نسبت ساعات اضافه‌کاری و کم‌کاری به ساعات

کار معمولی می‌باشند. باید توجه‌داشت که در حل مدل، قبل از این که معادلات آرمانی بررسی شوند، محدودیتهای سیستمی باید به طور کامل برآورده شده باشند.

برای تشکیل نامعادلات مربوط به محدودیتهای ظرفیت ماشین‌آلات، ظرفیت هر ماشین، ظرفیت خروجی هر مرحله از تولید که با انجام زمان‌سنجی برای هر بخش به دست‌آمده در نظر گرفته‌شد. بخشهای مختلف تولید به هفت بخش عمده تقسیم‌شده که شامل بخش چرخ گوشت، بخش خمیر کالباس، بخش خمیر سوسیس، بخش پرکن کالباس، بخش پرکن سوسیس، بخش پخت و بخش دودمی‌باشد. با انجام زمان‌سنجی ظرفیت هر بخش را مشخص کرده‌ایم. علاوه بر ظرفیت ماشین‌آلات، پیش‌بینی مربوط به تقاضای محصولات مختلف در ماههای مختلف نیز به عنوان محدودیتهای‌سیستمی به مدل اضافه می‌شوند. محدودیتهای مربوط به نیروی انسانی که میزان ساعات کار برای نیروی انسانی را مشخص می‌کند از حاصل‌ضرب تعداد نفرات ضربدر تعداد روزهای کاری در هر ماه، ضربدر میزان ساعات معمولی کار محاسبه و به مدل اضافه شده‌اند. محدودیت مربوط به نسبت ساعات اضافه‌کاری و کم‌کاری به ساعات کار معمولی نیز از تقسیم میزان ساعات اضافه‌کاری به ساعات معمولی به دست آمده به عنوان محدودیت سیستمی در مدل قرار می‌گیرد.

معادلات آرمانی به سه گروه عمدهٔ هزینه تولید، سود ناخالص و نیروی انسانی تقسیم می‌شوند. هزینه تولید را به دو بخش کلی هزینهٔ نیروی انسانی و هزینه تولید صرفنظر از هزینهٔ نیروی انسانی تقسیم کرده‌ایم. هزینهٔ نیروی انسانی نیز، خود به چهار بخش تقسیم شده است: هزینهٔ افزایش سطح نیروی انسانی، هزینهٔ کاهش سطح نیروی انسانی، هزینهٔ اضافه‌کاری و هزینهٔ کم‌کاری. این چهار هزینه بعلاوه هزینهٔ مربوط به تولید هر واحد محصول ضربدر میزان محصول تولید شده معادلهٔ آرمانی هزینه تولید را شکل می‌دهد. معادلهٔ آرمانی سود ناخالص نیز از حاصلضرب سود هر واحد محصول ضربدر میزان محصول تولید شده محاسبه شده است. معادلهٔ آرمانی نیروی انسانی هم از حاصلضرب تعداد نفر ساعت لازم برای تولید هر واحد محصول ضربدر میزان محصول تولید شده محاسبه گشته است.

تابع هدف مدل برنامه‌ریزی آرمانی پیشنهادی

پس از تشکیل محدودیتهای مدل، تابع هدف مدل برنامه‌ریزی آرمانی را به صورت زیر بیان می‌کنیم:

$$MIN \quad Z = \quad P_1(d_1^+ + d_2^+ + ... + d_{12}^+) + P_2(d_{13}^- + d_{14}^- + ... + d_{24}^-) +$$

$$P_3(o_1 + o_2 + ... + o_{12} + u_1 + u_2 + ... + u_{12})$$

که :

O_t: متغیر انحراف مثبت از ساعات معمولی دورهٔ t ،

U_t: متغیر انحراف منفی از ساعات معمولی دورهٔ t ،

d_i^+: متغیر انحراف مثبت هزینه و سود،

d_i^-: متغیر انحراف منفی هزینه و سود.

سه اولویت در تابع هدف مذکور در نظر گرفته شده است که در اولویت اول، جهت مثبت هزینهٔ تولید مینیمم می‌شود و در اولویت دوم، جهت منفی سود ناخالص مینیمم می‌شود و در اولویت سوم، سطح اضافه‌کاری و کم‌کاری مینیمم خواهد شد.

مدل برنامه‌ریزی آرمانی شرکت یک مدل نسبتاً حجیم است. حجیم‌بودن مدل ناشی از تنوع محصولاتی (٤٢ محصول) است که تولید می‌شود. مدل مزبور شامل ۳۱۲ محدودیت سیستمی و ۳٦ معادلهٔ آرمانی است. این مدل کلاً شامل ٦۱۲ متغیر خواهد بود که از این تعداد متغیر، ۲٤ متغیر انحراف مثبت و ۲٤ متغیر انحراف منفی و ٥٦٤ متغیر اصلی مربوط به انواع محصولات در دوره مختلف، سطح نیروی انسانی و سطح اضافه‌کاری و سطح کم‌کاری می‌باشند.

حل مدل

قبل از این که مدل را حل کنیم برای این که متغیرهای مدل از یک ساختار همشکل تبعیت کنند و به آسانی قابل واردکردن در نرم‌افزار باشند با متغیرهای معادل جایگزین شده‌اند. مدلهای برنامه‌ریزی آرمانی را به شیوهٔ کاردینال و اوردینال می‌توان حل کرد. شیوهٔ کاردینال به این صورت است که انحرافات مربوط به همهٔ اولویتها در یک هدف به صورت مجموع آورده می‌شود. اما در شیوهٔ اوردینال که

شیوهٔ حل متوالی است، اول اولویت آرمانها تعیین می‌شود. سپس هر بار مسألهٔ جدیدی را برای اولویتهایی که در هدف وجود دارند ایجاد می‌کنیم. در این جا چون سه اولویت داریم، مسأله نیز در سه مرحله حل گردیده است. در هر مرحله حل مدل، حل نهایی محدودیت جریمهٔ مربوط به اولویت قبلی نیز به محدویتهای موجود در این مرحله از مدل اضافه می‌گردد و تابع هدف مسأله در هر مرحله به حداقل رساندن انحرافات مربوط به متغیرهای نامطلوب همان اولویت اختصاص می‌یابد.

یکی از مزیّت‌های اصلی تکنیک حل اولویتی مدل، انعطاف قابل توجه آن است، چرا که به تصمیم‌گیرنده اجازه‌می‌دهد تا پس از ملاحظه نتایج حاصل از حل مدل و درصورت نیاز، درترتیب اولویتهای خود تجدیدنظر کند و در صورتی که میزان دست‌یابی به یک هدف خاص، رضایت وی را برآورده نکند، هدف دیگری را جانشین این اولویت کند به این امید که میزان دستیابی به اهداف بهبود یابد.

در حل مدل با اولویت اول، انحراف در جهت مثبت هزینهٔ تولید حداقل می‌شود. بنابراین تابع هدف در این مرحله به صورت زیر می‌باشد:

$$\text{Min } Z1=y1+y2+y3+y4+y5+y6+y7+y8+y9+y10+y11+y12$$

$y_i (i= 1,2,\ldots,12)$: انحراف مثبت هزینهٔ تولید

مدل مزبور توسط نرم‌افزار LINGO، که یکی از بسته‌های نرم‌افزاری قوی در زمینهٔ تحقیق در عملیات است و قابلیت پذیرش ۸۰۰۰ محدودیت و ۱۶۰۰۰ متغیر را دارا می‌باشد، حل شده است. با حل مدل نتایج زیر حاصل شده است و مقدار تابع هدف (Z1) برابر صفر شده است، یعنی آرمان مربوط به اولویت اول به طور کامل برآورده شده است.

پژوهشگاه علوم انسانی و مطالعات فرهنگی
پرتال جامع علوم انسانی

جدول شمارهٔ ۱. جواب حاصل از حل مدل اولویت اول

X2=12000	X4=4500	X7=15000	X8=5000	X18=5000	X27=12000
X31=2074.71	X34=5500	X39=9000	X40=7000	X42=4500	X44=13000
X46=5000	X49=17000	X50=6000	X51=781.2218	X60=6500	X69=14000
X76=6500	X81=10000	X82=8000	X84=6000	X86=15000	X88=5000
X91=18000	X92=6500	X102=7000	X111=15000	X115=340.1254	X118=7000
X123=11000	X124=8000	X126=5000	X128=13000	X130=4000	X133=16000
X134=5000	X144=5000	X153=13000	X157=3556.838	X160=5500	X165=10000
X166=8000	X168=4000	X170=13000	X172=4500	X175=14000	X176=6000
X186=5000	X195=12000	X199=2881.438	X202=6000	X207=8000	X208=7000
X210=5000	X212=14000	X214=4000	X217=15000	X218=5000	X228=5500
X237=13000	X241=3641.461	X244=6000	X249=10000	X250=7500	X252=5500
X254=15000	X256=4500	X259=16000	X260=6500	X270=5000	X279=14000
X283=2795.185	X286=6500	X291=11000	X292=8000	X294=6000	X296=14000
X298=4000	X301=15000	X302=6000	X312=5000	X321=12000	X325=2380.92
X328=6000	X333=9000	X334=7000	X336=5500	X338=14000	X340=4000
X343=16000	X344=5500	X354=4500	X363=12000	X367=4623.836	X370=5500
X375=11000	X376=6000	X378=5000	X380=15000	X382=4500	X385=18000
X386=7000	X396=6500	X405=14000	X409=3515.919	X412=6000	X417=12000
X418=9000	X420=6500	X422=16000	X424=6000	X427=19000	X428=8000
X438=6500	X447=15000	X451=1814.432	X454=6000	X459=13000	X460=10000
X462=6500	X464=17000	X466=6000	X469=20000	X470=9000	X480=7000
X489=15000	X493=1638.37	X496=6500	X501=12000	X502=11000	X504=7000
505=4520.687	X517=530.6872	X511=5301.574	X523=513.5743	X506=5128	X518=140.607
X512=5187	X507=5403.784	X519=815.2836	X513=4922.553	X525=134.5535	X508=5386.5
X514=5690.727	X526=703.2274	X509=4599.27	X533=587.7297	X515=6000.006	X527=1212.006
X510=4958.736	X534=28.7643	X516=6203.896	X528=1814.896	X560=439.0616	X556=541.8102
Y13=44469450	Y14=46491580	Y15=48446160	Y16=49480390	Y17=46398670	Y18=514332120
Y19=53034150	Y20=47901750	Y21=44597130	Y22=51821330	Y23=52014730	Y24=51844140

$x_i(i= 1,2,\ldots,42)$: میزان تولید محصولات مختلف در ماه اول

$x_i(i= 43,44,\ldots,84)$: میزان تولید محصولات مختلف در ماه دوم

$x_i(i= 463,464,\ldots,504)$: میزان تولید محصولات مختلف در ماه دوازدهم

$x_i(i= 505,506,\ldots,516)$: سطح نیروی انسانی در ماههای مختلف

$x_i(i= 517,518,...,528)$: افزایش سطح نیروی انسانی در ماههای مختلف

$x_i(i= 529,530,...,540)$: کاهش سطح نیروی انسانی در ماههای مختلف

$x_i(i=514,542,...,552)$: سطح اضافه کاری در ماههای مختلف

$x_i(i=553,554,...,564)$: سطح کم کاری در ماههای مختلف

$y_i(i= 1,2,\ldots,12)$: انحراف مثبت هزینهٔ تولید

$z_i(i= 1,2,\ldots, 12)$: انحراف منفی هزینهٔ تولید

$y_i(i= 13,14,\ldots,24)$: انحراف مثبت سود ناخالص

$z_i(i= 13,14,\ldots,24)$: انحراف منفی سود ناخالص

در حل مدل اولویت دوم، برای منفی سود ناخالص مینیمم می‌شود. تابع هدف در این مرحله به صورت زیر می‌باشد:

$$Min\ Z2= z13+z14+z15+z16+z17+z18+z19+z20+z21+z22+z23+z24$$

البته باید توجه داشت که نتیجهٔ حاصل از حل مدل اولویت اول یعنی:

$$y1+y2+y3+y4+y5+y6+y7+y8+y9+y10+y11+y12=0$$

به عنوان یک محدودیت به محدودیتهای موجود در این مرحله اضافه شود.

با حل مدل اولویت دوم نتایج زیر حاصل شده است و مقدار تابع هدف نیز برابر صفر شده است ($Z2=0$).

جدول شمارهٔ ۲. جواب حاصل از حل مدل اولویت دوم

X2=12000	X4=4500	X7=15000	X8=5000	X18=5000	X27=12000
X31=2074.71	X34=5500	X39=9000	X40=7000	X42=4500	X44=13000
X46=5000	X49=17000	X50=6000	X51=781.2218	X60=6500	X69=14000
X76=6500	X81=10000	X82=8000	X84=6000	X86=15000	X88=5000
X91=18000	X92=6500	X102=7000	X111=15000	X115=340.1254	X118=7000
X123=11000	X124=8000	X126=5000	X128=13000	X130=4000	X133=16000
X134=5000	X144=5000	X153=13000	X157=3556.838	X160=5500	X165=10000
X166=8000	X168=4000	X170=13000	X172=4500	X175=14000	X176=6000
X186=5000	X195=12000	X199=3491.649	X202=6000	X207=8000	X208=7000
X210=5000	X212=14000	X214=4000	X217=15000	X218=5000	X228=5500
X237=13000	X241=3672.52	X244=6000	X249=10000	X250=7500	X252=5500
X254=15000	X256=4500	X259=16000	X260=6500	X270=5000	X279=14000
X283=2795.185	X286=6500	X291=11000	X292=8000	X294=6000	X296=14000
X298=4000	X301=15000	X302=6000	X312=5000	X321=12000	X325=2380.92
X328=6000	X333=9000	X334=7000	X336=5500	X338=14000	X340=4000
X343=16000	X344=5500	X354=4500	X363=12000	X367=4623.836	X370=5500
X375=11000	X376=6000	X378=5000	X380=15000	X382=4500	X385=18000
X386=7000	X396=6500	X405=14000	X409=3515.919	X412=6000	X417=12000
X418=9000	X420=6500	X422=16000	X424=6000	X427=19000	X428=8000
X438=6500	X447=15000	X451=1814.32	X454=6000	X459=13000	X460=10000
X462=6500	X464=17000	X466=6000	X469=20000	X470=9000	X480=7000
X489=15000	X493=1638.37	X496=6500	X501=12000	X502=11000	X504=7000
X505=4520.687	X517=530.872	X511=5301.574	X523=513.5743	X506=5128.108	X518=140.6079
X512=5187	X507=5403.784	X519=815.2836	X513=4922.553	X525=124.5535	X508=5886.5
X514=5690.727	X526=703.2274	X509=5187	X515=6000	X527=1212.006	X510=4987.5
X516=6203.896	X528=1814.896	X560=439.0616	X556=541.8102	X557=550.2628	X558=26.8573
Y13=44469450	Y14=46491580	Y15=48446160	Y16=49480390	Y17=48719910	Y18=51551360
Y19=53034150	Y20=47901750	Y21=44597130	Y22=51821330	Y23=52014730	Y24=51844140

مدل اولویت سوم، آخرین مدل حل مسأله است و طی مراحل‌متوالی هر سه‌اولویت در مدل آزمایش شده است. در این مرحله مجموع ساعات اضافه‌کاری و کم‌کاری شرکت مینیمم می‌شود. بنابراین تابع هدف به صورت زیر بیان می‌شود:

$$MinZ3=x541+x542+x543+x544+x545+x546+x547+x548+x549+x550 +x551+x552+ x553+x554+x555+x556+ x557+x558+ x559+x560 +x561+x562+x563+x564$$

نتیجهٔ حاصل از حل مدل اولویت های قبلی که به صورت زیر می باشد:

$$y1+y2+y3+y4+y5+y6+y7+y8+y9+y10+y11+y12=0$$
$$z13+z14+z15+z16+z17+z18+z19+z20+z21+z22+z23+z24=0$$

باید به محدودیتهای مدل در این مرحله اضافه شود.

پس از حل مدل توسط نرم‌افزار، نهایتاً ارضاکننده‌ترین جواب حاصل می‌شود. مقدار تابع هدف در این مرحله نیز صفر شده است (Z3=0). یعنی آرمان مربوط به حداقل‌کردن اضافه‌کاری و کم‌کاری نیز به طور کامل برآورده شده است.

جدول شمارهٔ ۳. جدول جواب حاصل از حل مدل اولویت سوم

X1=12000	X3=4500	X8=5000	X18=5000	X27=12000	X28=10000
X34=5500	X37=7000	X39=9000	X42=4500	X43=13000	X45=5000
X50=6000	X60=6500	X69=14000	X70=14000	X76=6500	X79=8000
X81=10000	X84=6000	X85=15000	X87=5000	X92=6500	X102=7000
X111=15000	X112=14000	X118=7000	X121=8000	X123=11000	X126=5000
X127=13000	X129=4000	X134=5000	X144=5000	X153=13000	X154=13000
X160=5500	X163=8000	X165=10000	X168=4000	X169=13000	X171=4500
X176=6000	X186=5000	X195=12000	X196=13000	X202=6000	X205=7000
X207=8000	X210=5000	X211=14000	X213=4000	X218=5000	X219=5500
X237=13000	X238=14000	X244=6000	X247=7500	X249=10000	X252=5500
X253=15000	X255=4500	X260=6500	X270=5000	X279=14000	X280=13000
X286=6500	X289=8000	X291=3823.026	X294=6000	X295=14000	X297=4000
X302=6000	X312=5000	X321=12000	X322=13000	X328=6000	X331=7000
X333=9000	X336=5500	X337=14000	X341=16000	X354=4500	X363=12000
X364=11849.37	X373=6000	X375=11000	X378=5000	X379=15000	X381=4500
X386=7000	X396=6500	X405=14000	X406=15000	X412=6000	X415=9000
X417=12000	X420=6500	X421=16000	X423=6000	X425=13019.14	X428=8000
X438=6500	X448=16000	X454=6000	X459=13000	X462=6500	X463=17000
X465=6000	X470=9000	X480=7000	X489=15000	X490=16000	X496=6500
X499=11000	X501=12000	X504=7000	X505=4244.1	X517=254.1	X511=4556.099
X535=231.9	X506=5081.85	X518=94.35	X512=4636.75	X536=550.25	X507=5326.9
X519=738.4	X513=5465.501	X537=222.499	X508=4610.1	X532=776.4	X514=5479.65
X526=492.15	X509=4507.95	X533=679.05	X515=5163.369	X527=375.368	X510=4831.25
X524=156.25	X516=6067.1	X528=1678.1	Y13=11950250	Y14=24585580	Y15=22381320
Y16=14464180	Y17=19993680	Y18=21238590	Y20=20703730	Y22=15064780	Y24=17141780

پس از حل مدل در هر مرحله، نتایجی که حاصل می‌شود این است که میزان تولید هر محصول، سطح نیروی انسانی، افزایش سطح نیروی انسانی، کاهش سطح نیروی انسانی، سطح اضافه‌کاری و سطح کم‌کاری با توجه به اولویتهایی که برای تابع هدف تعیین شده، مشخص می‌شود.

نتیجه‌گیری

مدیریت تولید هر سیستم تولیدی مسؤول کنترل فاکتورهایی نظیر زمان تولید، تعداد، هزینه و کیفیت محصولات تولیدی می‌باشد. تعیین تعداد و زمان تولید محصولات مختلف با توجه به پارامترهای تقاضا، ظرفیت و هزینه‌های تولید، به طوری که تابع هدف بهینه شود موضوع اصلی این تحقیق بوده است. هر یک از مدل‌های آرمانی طرح‌شده، سعی در مینیمم کردن انحراف از اهداف تعیین شده دارند، که تحقق این اهداف، درجات اهمیت متفاوت دارند. جواب بهینه مسأله برنامه‌ریزی تولید شرکت فرآورده‌های گوشتی مورد مطالعه که همان جواب مدل اولویت سوم می‌باشد و توسط نرم‌افزارLINGO حل شده است پس از ۲۲۳ تکرار به دست آمده است. نتایج حاصل از حل به شرح ذیل بررسی می‌شود:

نتیجه‌ای که برای هزینهٔ تولید بعد از حل مدل مرحلهٔ سوم (جواب بهینهٔ نهایی) به دست آمده است نشان می‌دهد که مدل ریاضی ارائه شده هیچ گونه انحراف منفی برای هزینه‌های تولید ایجاد نکرده است؛ یعنی مدل ارائه شده موجب کاهش هزینه‌های تولید شرکت نخواهد شد (z1,z2,z3,….z12). البته ملاحظه می‌گردد که با همان هزینهٔ تولید انحراف مثبت برای سود ایجاد شده است که به این معنی است که مدل پیشنهادی، سود بیشتری را عاید شرکت می‌کند (y13,y14,y15,…,y24). یعنی در واقع هزینه‌های تولید به صورت بهینه به مقادیر تولید تخصیص داده شده است؛ بنابراین استفاده از مدلهای بهینه‌سازی، نتایج مناسبتری نسبت به وضعیت تولید فعلی شرکت ایجاد می‌کند. البته باید توجه داشت که سود شرکت بعد از حل مدل مرحلهٔ اول که مینیموم کردن جهت مثبت انحراف از هزینه تولید می‌باشد و حل مدل مرحلهٔ دوم که مینیموم کردن جهت منفی انحراف از سود می‌باشد به میزان قابل ملاحظه‌ای افزایش یافته است. ولی

برای برآورده کردن دو هدف دیگر که همانا حداقل‌کردن اضافه‌کاری و کم‌کاری می‌باشد که در اولویت سوم آورده شده‌اند سود شرکت مقداری کاهش یافته است.

مدل ارائه شده علاوه بر هزینهٔ تولید و سود، سطح نیروی انسانی، افزایش و کاهش سطح نیروی انسانی، ساعات اضافه‌کاری و کم‌کاری را نیز مورد بررسی قرار داده است. اضافه‌کاری و کم‌کاری که در اولویت سوم مورد بررسی قرار گرفته‌است به طور کامل برآورده شده است؛ یعنی برای هیچ کدام از ماههای سال اضافه‌کاری و کم‌کاری نخواهیم‌داشت. در مورد افزایش و کاهش سطح نیروی انسانی ملاحظه‌می‌شود که برای سه ماههٔ اول و سه ماههٔ آخر سال، افزایش سطح نیروی‌انسانی و برای شش ماههٔ وسط سال کاهش سطح نیروی انسانی خواهیم داشت.

پژوهشگاه علوم انسانی و مطالعات فرهنگی
پرتال جامع علوم انسانی

پی‌نوشتها

1- Multi Criteria Decision Making

2- Fabrycky, W. J, Ghare, P. M, Torgersen, P. E, Applied Operations Research and Managemant Science, Prentice-Hall of India Private Limited,1984.

3- Lee, S. M, Moore, L. J, Taylor, B. W, Management Science, Third Edition, Allyn and Bacon , 1990, PP. 662.

4- Turban, E, Meredith, J. R. (1990) Fundamentals of Management Science, Fourth Edition, Business Publication, Inc,(BPI/Toppan), PP. 356.

5- Ordinal

6- Preemptive

7- Cardinal

8- Turban, E, Meredith, J. R, Fundamentals of Management Science, Fourth Edition, Business Publications, Inc,1990, PP. 358.

۹- غلامرضا اسلامی بیدگلی: ***مدلهای برنامه‌ریزی آرمانی در انتخاب پرتفولیوی بهینه***، احمد. تلنگی، نشریهٔ تحقیقات مالی، شمارهٔ ۱۳ و ١٤، ۱۳۷۸، ص. ٥-۷۱.

۱۰- عزیزا... . معماریانی: ***روشهای برنامه‌ریزی آرمانی***، نشریهٔ دانش مدیریت، شماره٤٦، ۱۳۷۸، ص. ۲۳-۳٤.

11- Non-Linear Goal Programming

پژوهشگاه علوم انسانی و مطالعات فرهنگی
پرتال جامع علوم انسانی

منابع و مآخذ

۱- آریانژاد، میربهادر قلی: ***برنامه‌ریزی تولید (ادغامی)***، چاپ اول، انتشارات دانشگاه آزاد اسلامی، تهران، ۱۳۷۰.

۲- اسلامی بیدگلی، غلامرضا: ***مدلهای برنامه‌ریزی آرمانی در انتخاب پرتفولیوی بهینه***، احمد تلنگی، نشریه تحقیقات مالی، شمارهٔ ۱٤و۱۳، تهران، ۱۳۷۸.

۳- بیدآباد، بیژن: ***برنامه‌ریزی هدف، پروسه تصمیم‌گیری اپتیمم با اولویتهای متفاوت و روش حل آن با کامپیوتر***، چاپ اول، تهران، زمستان ۱۳٦۸.

٤- معماریانی، عزیزا...: ***روشهای برنامه‌ریزی آرمانی***، نشریهٔ دانش‌مدیریت، شمارهٔ ٤٦، تهران، ۱۳۷۸.

5- Fabrycky, W. J, Ghare, P. M, Torgersen, P. E, "***Applied Operations Research and Management Science"***. Prentice-Hall of India Private Limited, 1984.

6- Ijbiri, ***"Management Goal and Counting for Control"***. North Holand Publishing Company, 1979.

7- Lee, S. M, Moore, L. J, Taylor, B. W, ***"Management Science"***. Third Edition, Allyn and Bacon, 1990, PP 662.

8- Lee, S. M, "***Goal Programming for Decision Analysis"***. Auerbach Publisher, Philadelphia, 1972.

9- Turban, E, Meredith, J. R, "***Fundamentals of Management Science"***. Fourth Edition, Business Publication, Inc,(BPI/Toppan),1990.

پژوهشگاه علوم انسانی و مطالعات فرهنگی
پرتال جامع علوم انسانی