تحلیل کارایی عملکرد مدیریت بر پایه مرز کارایی و ناکارایی در DEA
(مطالعه موردی: شعب منتخب بانک کلی ایران)

دکترنقی شجاع*، دکتر سید هادی ناصری** و حمید رضا فرجی***

* استادیار دانشگاه آزاد اسلامی واحد فیروزکوه
** استادیار دانشگاه مازندران
*** کارشناس ارشد ریاضی کاربردی دانشگاه آزاد اسلامی واحد قائم‌شهر

تاریخ دریافت مقاله: ۸۸/۰۹/۱۵
تاریخ پذیرش مقاله: ۸۸/۱۲/۱۰

چکیده
تحلیل پوششی داده‌ها (DEA) یک روش برای مشخص کردن مرز کارایی از مجموعه امکان تولید می‌باشد. در مقابل تحلیل پوششی داده‌ها مدل دیگری وجود دارد که معکوس تحلیل پوششی داده‌ها (IDEA) نامیده می‌شود و برای مشخص کردن مرز ناکارایی از شبه مجموعه امکان تولید می‌باشد.

در این مقاله یک معیار کارایی جدیدی با استفاده از مرز کارایی و ناکارایی و وزن به دست آمده از فرآیند تحلیل سلسله مراتبی (AHP) پیشنهاد می‌کنیم.

واژه‌های کلیدی: تحلیل پوششی داده‌ها، کارایی، فرآیند تحلیل سلسله مراتبی

۱. مقدمه
تحلیل پوششی داده‌ها یک روش برنامه ریزی ریاضی برای محاسبه و ارزیابی کارایی نسبی واحدهای تصمیم گیرنده می‌باشد. تعیین کارایی با استفاده از روش‌های غیرپارامتری اولین بار در سال ۱۹۵۷ توسط فارل[1] مطرح گردید. سپس با ارائه مقاله‌ای توسط چارنز، کوپر و رودز[2] در سال ۱۹۷۸ پی گیری گردیده است. این مقاله حالت چند ورودی – یک خروجی فارل در تعیین کارایی را به چند ورودی – چند خروجی تعمیم می‌دهد که به مقاله CCR معروف می‌باشد. در سال ۱۹۸۴ مقاله‌ای توسط بنکر، چارنز و کوپر[3] معروف به BCC منتشر گردید.

در مقابل (DEA) مدل Inverted DEA (IDEA) مقدار ناکارایی هر واحد تصمیم گیرنده را محاسبه می‌کند که توسط یامادا و همکارانش[4] در سال ۱۹۸۰ ارائه گردید. در مدل IDEA به دنبال افزایش ورودی و کاهش خروجی هستیم. به عبارت دیگر، در این مدل مقدار ناکارایی هر

1. Farell J. M.
2. Charnes A., Cooper W.W., Rhodes E.
3. Banker R. D., Charnes A., Cooper W. W.
4. Yamadat. et al

واحد تصمیم گیرنده را محاسبه و ارزیابی می‌کنیم. انتانی و همکارانش[1] در سال ۲۰۰۲ کارایی‌های DEA را از دو دیدگاه خوش بینانه و بدبینانه در نظر گرفتند. آن‌ها در مطالعاتشان یک مقیاس کارایی به دست آوردند که بر اساس یک بازه کارایی ساخته شده بود. در این بازه کران پایین دیدگاه بدبینانه و کران بالا خوش بینانه ترین حالت می‌باشد.

در این مقاله ابتدا یکی از کارآمدترین تکنیک‌های تصمیم گیری (فرآیند تحلیل سلسله مراتبی) که اولین بار توسط توماس ال ساعتی[2] در سال ۱۹۸۰ مطرح شد بیان می‌گردد. سپس دو مجموعه معرفی می‌کنیم: مجموعه امکان تولید PPS و مجموعه شبه امکان تولید (QPPS). مرز مجموعه امکان تولید را مرز کارایی و مرز شبه مجموعه امکان تولید را مرز ناکارایی می‌نامیم. برای محاسبه کارایی در تحلیل پوششی داده‌ها امیر تیموری[3] در سال ۲۰۰۶ با استفاده از مرز کارایی و ناکارایی معیاری پیشنهاد کرد. در این روش وزن تابع هدف بدون توجه به نظر مدیر انتخاب می‌شود که مهمترین اشکال این روش می‌باشد؛ اما به کمک فرآیند تحلیل سلسله مراتبی می‌توان با توجه به نظر مدیر وزن تابع هدف را مشخص کرد و معیار جدیدی با توجه به وزن به دست آمده پیشنهاد کرد.

۲. فرآیند تحلیل سلسله مراتبی(AHP)

یکی از کارآمدترین تکنیک‌های تصمیم گیری، فرآیند تحلیل سلسله مراتبی است که اولین بار توسط توماس ال ساعتی در سال ۱۹۸۰ بر اساس تحلیل مغز انسان برای مسائل پیچیده و فازی مطرح شد. همان گونه که از نام این تکنیک بر می‌آید مسالهٔ تصمیم‌گیری از طریق تشکیل یک سلسله مراتب حل می‌شود. بنابراین، گام اول تشکیل درخت سلسله مراتب تصمیم است که از سه سطح تشکیل می‌شود: سطح اول هر درخت بیان کنندهٔ هدف تصمیم گیرنده است. سطح آخر هر درخت نیز بیان کنندهٔ گزینه‌هایی است که با همدیگر رقابت می‌کنند و مقایسه می‌شوند و هدف تصمیم نیز در نهایت تعیین اهمیت نسبی این گزینه‌ها به صورت وزن‌های عددی می‌باشد. سطح میانی این درخت که مهم‌ترین سطح آن می‌باشد نشان دهندهٔ معیارهایی است که بر اساس آنها گزینه‌های رقیب مقایسه می‌شوند، این سطح می‌تواند خود از چندین لایه تشکیل شود.

فرآیند AHP مستلزم مقایسه زوجی بین گزینه‌ها بوده و این مقایسه‌ها نیز بر اساس ارائه یک جدول صورت می‌گیرد.

این تکنیک جهت تصمیم گیری در موارد چند معیاره- مواردی که با تعداد زیادی گزینه مواجه هستیم اما از قبل مقدار مشخصی برای آن تعیین نشده است- به کار گرفته می‌شود. همچنین امکان بررسی سناریوهای مختلف را به مدیران می‌دهد و درباره تمام موارد دخیل و تاثیر گذار در فرآیند، ارزش گذاری می‌کند.

۲-۱ محاسبه وزن در فرآیند تحلیل سلسله مراتبی

محاسبه وزن در فرآیند تحلیل سلسله مراتبی در دو قسمت جداگانه زیر مورد بحث قرار می‌گیرد:

۱. وزن نسبی

۲. وزن نهایی

در حالت کلی یک ماتریس مقایسه زوجی به صورت زیر نشان داده می‌شود که در آن a_{ij} ترجیح عنصر iام نسبت به عنصر jام است.

$$A=\begin{bmatrix} a_{11} & \cdots & a_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & \cdots & a_{nn} \end{bmatrix}$$

در حالتی که این ماتریس سازگار باشد محاسبه وزن (w_i) ساده بوده و از نرمالیزه کردن عناصر هر ستون به دست می‌آید. اما در حالتی که ماتریس ناسازگار باشد، محاسبه وزن ساده نبوده و برای به دست آوردن آن چهار روش عمده مطرح شده، که یک روش آن را شرح می‌دهیم.

۲-۲ محاسبه وزن به روش بردار ویژه

در این روش بردار ویژه برای محاسبه وزن‌ها، طبق مراحل زیر عمل می‌کنیم:

ماتریس A را تشکیل می‌دهیم.

1. Entani T. et al
2. Saaty T. L.
3. Amir Teimoori A.

ماتریس $(A-\lambda I)$ را مشخص کنید.

دترمینان ماتریس $(A-\lambda I)$ را محاسبه کرده و آن را مساوی صفر قرار داده و مقادیر λ را محاسبه کنید.

بزرگ‌ترین λ را $\lambda_{\max}$ نامیده و آن را در رابطه $(A-\lambda_{\max} I)w=0$ قرار داده و با استفاده از این رابطه مقادیر Wها را محاسبه نمایید.

۲-۳ مثال

اگر ماتریس مقایسه زوجی به صورت زیر باشد وزن معیارها را با استفاده از روش بردار ویژه به دست می‌آوریم.

$$A=\begin{bmatrix} 1 & \frac{1}{3} & \frac{1}{2} \\ 3 & 1 & 3 \\ 2 & \frac{1}{3} & 1 \end{bmatrix}$$

$$\det(A-\lambda I)=\begin{vmatrix} 1-\lambda & 1/3 & 1/2 \\ 3 & 1-\lambda & 3 \\ 2 & 1/3 & 1-\lambda \end{vmatrix}$$

بعد از حل معادله قبل، $\lambda_{\max}=3.0536$ محاسبه می‌گردد. معادله ماتریسی $(A-\lambda_{\max})w=0$ را تشکیل داده و W_iها را محاسبه می‌کنیم.

$$\begin{bmatrix} -2.0536 & 1/3 & 1/2 \\ 3 & -2.0536 & 3 \\ 2 & 1/3 & -2.0536 \end{bmatrix}.\begin{bmatrix} w_1 \\ w_2 \\ w_3 \end{bmatrix}=0$$

معادله $w_1+w_2+w_3=1$ را به دستگاه فوق اضافه می‌کنیم. نتیجه زیر حاصل می‌شود.

$$w^t=(0.1571,0.5936,0.2493)$$

۲-۴ سازگاری و ناسازگاری

یکی از مزایای فرآیند تحلیل سلسله مراتبی کنترل سازگاری تصمیم است. به عبارت دیگر، همواره در فرآیند تحلیل سلسله مراتبی می‌توان میزان سازگاری تصمیم را محاسبه نمود و نسبت به خوب و بد بودن و یا قابل قبول و مردود بودن آن قضاوت کرد.

۲-۵ الگوریتم محاسبه نرخ ناسازگاری یک ماتریس

ماتریس مقایسه زوجی A را تشکیل دهید.

بردار وزن W را مشخص نمایید.

آیا بزرگ‌ترین مقدار ویژه ماتریس A (یعنی $\lambda_{\max}$) مشخص است؟ اگر پاسخ مثبت است به قدم چهارم بروید. در غیر این صورت با توجه به قدم‌های زیر مقدار آن را تخمین بزنید:

با ضرب بردار W در ماتریس A تخمین مناسبی از $W.\lambda_{\max}$ به دست آورید.

با تقسیم مقادیر به دست آمده برای $W.\lambda_{\max}$ بر W مربوطه تخمین‌هایی از $\lambda_{\max}$ را محاسبه نمایید.

متوسط $\lambda_{\max}$های به دست آمده را پیدا کنید.

مقدار شاخص ناسازگاری را از رابطه زیر محاسبه می‌کنیم:

$$I.I=\frac{\lambda_{\max}-n}{n-1}$$

نرخ ناسازگاری را از فرمول زیر به دست آورید:

$$I.R.=\frac{I.I}{I.I.R}$$

محدوده قابل قبول ناسازگاری در هر سیستم به تصمیم گیرنده بستگی دارد؛ اما در حالت کلی ساعتی پیشنهاد می‌کند که اگر ناسازگاری سیستم بیشتر از ۰/۱ باشد، بهتر است تصمیم گیرنده در قضاوت‌های خود تجدید نظر کند.

۳. مجموعه امکان تولید و شبه مجموعه امکان تولید

در تحلیل پوششی داده‌ها مقدار کارایی هر واحد تصمیم گیرنده نسبت به سایر واحدها محاسبه می‌شود. فرض کنید n واحد تصمیم گیرنده با ماتریس‌های ورودی و خروجی X و $Y=(y_{ij})\in R^{a\times n}$ و $=(x_{ij})\in R^{m\times n}$ مفروض می‌باشند. همچنین فرض کنید که تمامی داده‌ها نامنفی هستند. مجموعه امکان تولید را به صورت زیر تعریف می‌کنیم:

$$(1)\ T=\{(x,y): x\geq X\lambda, y\leq Y\lambda, \lambda\geq 0\}$$

در مقابل تحلیل پوششی داده‌ها مدل دیگری وجود دارد که (IDEA)ه می‌شود. به کمک این مدل مقدار ناکارایی هر واحد تصمیم گیرنده محاسبه می‌شود. دراین مدل شبه مجموعه امکان تولید به صورت زیر تعریف

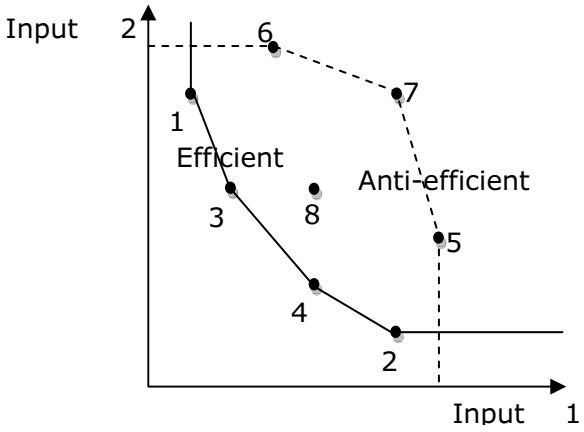
می‌شود:

$$(2)\ P = \{(x, y) : x \le X\lambda, y \ge Y\lambda, \lambda \ge \mathbf{0}\}$$

مجموعه‌های T و P محدب و بسته هستند. مرز مجموعه امکان تولید را مرز کارایی و مرز شبه مجموعه امکان تولید را مرز ناکارایی می‌نامیم. برای تشریح این دو مجموعه داده‌های جدول زیر را در نظر بگیرید:

DMU	Input 1	Input 2	Output
1	1	1	6
2	6	1	1
3	2	4	1
4	4	2	1
5	7	3	1
6	3	7	1
7	6	6	1
8	4	4	1

مرز کارایی و مرز ناکارایی برای داده‌های جدول فوق به صورت شکل زیر می‌باشد، که واحدهای ۴-۳-۲-۱ روی مرز کارایی و واحدهای ۷-۶-۵ روی مرز ناکارایی قرار دارند.



۴. محاسبه مطلوب‌ترین وزن به‌کمک AHP

یکی از روش‌هایی که برای محاسبه مطلوب‌ترین وزن با توجه به نظر مدیران می‌توان استفاده نمود، تکنیک AHP می‌باشد. فرض کنید n واحد تصمیم گیرنده داریم که هر یک با صرف m ورودی s خروجی تولید می‌کنند. اگر x_{ij} ورودی i واحد j ام و x_{ik} اهمیت x_{ij} نسبت به x_{kj} باشد برای محاسبه وزن نسبی هر یک از معیارها (ورودی‌ها) ابتدا ماتریس مقایسه زوجی را با توجه به نظر مدیر نسبت به معیارها برای هر واحد به صورت زیر تشکیل می‌دهیم.

	x_{1j}	x_{2j}		x_{mj}
x_{1j}	1	a_{12}	…	a_{1m}
x_{2j}	$\frac{1}{a_{12}}$	1	…	a_{2m}
⋮	⋮	⋮	…	⋮
⋮	⋮	⋮	…	$a_{(m-1)m}$
x_{mj}	$\frac{1}{a_{1m}}$	…	…	1

پس از تشکیل ماتریس مقایسه زوجی برای هر یک از واحدهای تصمیم گیرنده میانگین هندسی تمام درایه‌ها را نظیر به نظیر حساب می‌کنیم که در این صورت ماتریس مقایسه زوجی برای کل واحدها به دست آید.

حال قبل از محاسبه وزن ابتدا نسبت به سازگاری یا ناسازگاری تصمیم قضاوت می‌کنیم. در صورت ناسازگاری

پژوهشگاه علوم انسانی و مطالعات فرهنگی
پرتال جامع علوم انسانی

بهتر است مدیران در قضاوت خود تغییر نظر دهند؛ اما در صورت سازگار بودن تصمیم وزن هر یک از معیارها را با توجه به یکی از روش‌های مطرح شده در AHPاب می‌کنیم.

محاسبه کارایی

فرض کنید Wi وزن نسبی به دست آمده از AHP برای ورودی iام با توجه به نظر مدیر باشد.برای محاسبه کارایی ابتدا به کمک مدل‌های زیر شاخص ایده‌آل و ضدایده‌آل را محاسبه می‌کنیم.

۴-۱ شاخص ایده‌آل

برای محاسبه‌ی شاخص ایده‌آل $DMU_{\circ}$ مجموع وزن دارشده بردار $v=(v_1,v_2,...,v_m)$ را ماکزیمم می‌کنیم به طوری که $(x_{\circ}-v,y_{\circ})\in T$.

بنابراین، برای محاسبه شاخص ایده‌آل $DMU_{\circ}$ مدل ریاضی زیر را حل می‌کنیم:

$$\mu_{\circ}^{+}=Max \quad \sum_{t=1}^{m} w_t v_t$$
$$s.t \quad (x_{\circ}-v,y_{\circ})\in T$$

با توجه به تعریف T داریم:

$$\mu_{\circ}^{+}=Max \quad \sum_{t=1}^{m} w_t v_t$$
$$s.t \quad \sum_{j=1}^{n}\lambda_j x_{ij}\le x_{io}-v_i, i=1,2,...,m$$
$$\sum_{j=1}^{n}\lambda_j x_{rj}\ge y_{ro'} \quad r=1,2,...,s$$
$$\lambda_j\ge 0, \quad j=1,2,...,n$$
$$v_i\ge 0, \quad i=1,2,...,m$$

۴-۲ شاخص ضد ایده‌آل

برای محاسبه‌ی شاخص ضدایده‌آل $DMU_{\circ}$ مجموع وزن دارشده بردار $\rho=(\rho_1,\rho_2,...,\rho_m)$ را ماکزیمم می‌کنیم به طوری که $(x_{\circ}+\rho,y_{\circ})\in P$.

$$\mu_{\circ}^{-}=Max \quad \sum_{t=1}^{m} w_t\rho_t$$
$$s.t \quad (x_{\circ}+\rho,y_{\circ})\in P$$

با توجه به تعریف P داریم:

$$\mu_{\circ}^{-}=Max \quad \sum_{t=1}^{m} w_t\rho_t$$

$$s.t \quad \sum_{j=1}^{n}\lambda_j x_{ij}\ge x_{io}+\rho_i, \quad i=1,2,...,m$$
$$\sum_{j=1}^{n}\lambda_j y_{rj}\le y_{ro'} \quad r=1,2,...,s$$
$$\lambda_j\ge 0, \quad j=1,2,...,n$$
$$\rho_i\ge 0, \quad i=1,2,...,m$$

حال با محاسبه $\mu_{\circ}^{+}$ و $\mu_{\circ}^{-}$ مقیاس کارایی جدید را به صورت زیر تعریف می‌کنیم:

$$e_{\circ}^{*}=\begin{cases}\dfrac{\mu_{\circ}^{-}-\mu_{\circ}^{+}}{\mu_{\circ}^{-}+\mu_{\circ}^{+}} & if\ \mu_{\circ}^{+}\neq 0\ or\ \mu_{\circ}^{-}\neq 0\\ 1 & if\ \mu_{\circ}^{+}=0\ and\ \mu_{\circ}^{-}=0\end{cases}$$

با توجه به توضیحات فوق تعاریف زیر را خواهیم داشت.

تعریف ۱) اگر $e_{\circ}^{*}=1$ در این صورت $DMU_{\circ}$، کارایی قوی است.

تعریف ۲) اگر $e_{\circ}^{*}=-1$ در این صورت $DMU_{\circ}$، ناکارایی قوی است.

تعریف ۳) اگر $\mu_{\circ}^{-}=\mu_{\circ}^{+}=0$ باشد آن‌گاه $DMU_{\circ}$ در نقاط تقاطع مرزکارایی و ناکارایی قرار می‌گیرد. در این حالت $DMU_{\circ}$ را کارا تعریف می‌کنیم.

پژوهشگاه علوم انسانی و مطالعات فرهنگی
پرتال جامع علوم انسانی

۵. مثال

در ادامه شاخص کارایی جدید را برای داده‌های پنجاه شعبه‌ی یک بانک بررسی می‌کنیم.

Branch	I_1	I_2	I_3	O_1	O_2	O_3	O_4
1	0.78	0.35	0.33	0.95	0.32	0.03	0.94
2	0.92	0.2	0.68	0.76	0.28	0.23	1
3	0.64	0.53	0.76	0.76	0.28	0.38	0.24
4	0.5	0.13	0.63	0.81	0.33	0	0.37
5	0.85	0.44	0.64	0.99	0.16	0	0.28
6	0.42	0.25	0.52	0.49	0.07	0	0.21
7	0.92	0.98	0.71	0.79	0.32	0	0.35
8	0.57	0.56	0.55	0.67	0.19	0	0.22
9	0.5	0.28	0.47	0.52	0.09	0	0.28
10	0.57	0.99	0.65	0.34	0.26	0	0.32
11	0.78	0.82	0.36	0.78	0.2	0	0.29
12	0.64	0.52	0.50	0.58	0.09	0	0.14
13	0.85	0.2	1	1	0.01	0	0.33
14	0.5	0.58	0.63	0.91	0.22	0.01	0.3
15	0.85	0.27	0.28	150	0.25	0.01	0.27
16	0.78	0.30	0.26	0.5	0.15	0	0.22
17	0.71	0.28	0.28	0.41	0.45	0.01	0.39
18	0.92	0.48	0.31	0.52	0.14	0	0.42
19	0.42	0.89	0.58	0.58	015	0.01	0.24
20	0.5	0.48	0.27	0.93	0.77	0.06	0.53
21	1	0.36	0.42	0.97	02	0.85	019
22	0.64	0.36	0.33	0.56	0.04	0.05	0.38
23	0.85	0.26	0.31	0.50	0.13	0.01	018
24	1	0.32	0.22	0.57	0.11	0	0.38
25	0.78	0.23	0.3	0.6	0.38	0.01	0.27
26	0.64	0.86	0.62	0.89	0.19	0.03	0.27
27	0.57	0.71	0.25	0.89	0.83	0.82	0.39
28	0.71	0.27	0.33	0.75	0.40	0.02	0.36
29	0.35	0.65	0.49	0.69	0.41	0	0.44
30	0.85	0.33	0.33	0.39	0.12	0	0.12
31	0.78	0.24	0.31	0.55	0.18	0.05	0.3
32	0.85	0.16	0.29	0.45	0.21	0	0.21
33	0.78	0.36	0.25	0.71	0.45	0.22	0.33
34	0.5	0.49	0.48	0.82	0.32	0.01	0.32
35	0.57	0.14	0.30	0.85	0.21	0.03	0.22
36	0.78	0.18	0.22	0.98	0.26	0.01	0.36
37	0.71	0.8	0.46	0.62	0.49	0.01	0.39
38	0.64	0.36	0.38	0.37	0.22	0.05	0.19
39	0.5	0.14	0.31	0.46	0.44	0.01	0.28
40	0.3	0.8	0.39	0.93	1	0.13	0.3
41	0.5	0.2	0.35	0.60	0.12	0.00	0.32
42	0.42	0.23	0.30	0.74	0.43	0.01	0.43
43	0.57	0.36	0.24	0.63	0.32	0.13	0.25
44	0.35	1	0.42	0.57	0.15	0.01	0.16
45	0.64	0.46	0.31	0.69	0.29	0.11	0.65
46	0.71	0.5	0.27	0.58	0.32	0.34	0.22
47	1.07	0.40	022	0.61	0.21	0.20	0.35
48	1	0.14	0.23	0.57	0.22	0	0.3
49	0.78	0.13	0.29	0.73	0.76	1	0.35
50	0.85	0.78	0.25	0.83	0.27	0.01	0.26

در این بررسی متغیرهای ورودی، مساحت بانک (I_1)، تعداد پرسنل (I_2) و تعداد ترمینال کامپیوتر (I_3) هستند و متغیرهای خروجی، میزان رهن (O_1)، میزان ارزش افزوده (O_2)، میزان سپرده گذاری (O_3) و مقدار اوراق قرضه (O_4) می‌باشند.

برای به دست آوردن ماتریس مقایسه زوجی برای کل شعبات میانگین هندسی برای تمامی درایه‌ها را حساب می‌کنیم. فرض کنید ماتریس به دست آمده به صورت زیر باشد:

	x_1	x_2	x_3
x_1	1	.42	.94
x_2	2.39	1	.7
x_3	1.06	1.43	1

قبل از محاسبه وزن ورودی‌ها ابتدا نسبت به سازگاری یا ناسازگاری تصمیم قضاوت می‌کنیم؛ در نتیجه نرخ ناسازگاری را با توجه به ماتریس مقایسه زوجی برای کل شعبه‌ها به صورت زیر حساب می‌کنیم:

$$A=\begin{bmatrix}1 & 0.42 & 0.94\\ 2.39 & 1 & 0.7\\ 1.06 & 1.43 & 1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}0.24\\ 0.38\\ 0.37\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0.24+0.15+0.34\\ 0.57+0.38+0.25\\ 0.25+0.54+0.37\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0.73\\ 1.2\\ 1.16\end{bmatrix}$$

$$\frac{0.73}{0.24}=3.04$$

$$\frac{1.2}{0.38}=3.15$$

$$\frac{1.16}{0.37}=3.13$$

$$\frac{3.04+3.15+3.13}{3}=3.1$$

$$I.I=\frac{3.1-3}{3-1}=\frac{0.1}{2}=0.05$$

$$I.R=\frac{I.I}{I.I.R}=\frac{.05}{.58}=.08<.1$$

با توجه به عدد به دست آمده سازگاری آن مورد قبول است.

حال با روش تقریبی میانگین حسابی، وزن مربوط به هر یک از معیارها را به دست می‌آوریم.

	x_1	x_2	x_3	W_i
x_1	1	.42	.94	0.393
x_2	2.39	1	.7	0.725
x_3	1.06	1.43	1	0.125

حال با توجه به وزن‌های به دست آمده و به کمک نرم‌افزار Lingo شاخص ایده‌آل و ضدایده‌آل برای تمام شعبه‌ها به دست می‌آید. با توجه به داده‌های ۵۰ شعبه بانک شاخص ایده‌آل، ضدایده‌آل و کارایی به صورت جدول زیر می‌باشد.

Branch	μ_p^+	μ_p^-	e_p^*
1	0	1.097	1
2	0	.8228	1
3	.3617	0	-1
4	0	1.223	1
5	.313	.4352	.163
6	.1915	.1106	-.267
7	.8007	.3621	-.377
8	.4012	.3934	-.009
9	.2063	.1913	-.037
10	.7783	0	-1
11	.6012	.2093	-.483
12	.4435	0	-1
13	.1661	0	-1
14	.2006	.6428	.524
15	.258	.6331	.420
16	.3337	.2461	-.151
17	.1725	.333	.779
18	.4588	.0345	-.230
19	.6287	0	-1
20	0	1.464	1
21	.1836	.3075	.252
22	.2537	0	-1
23	.3429	.173	-.329
24	.3468	0	-1
25	.2076	.5775	.471
26	.5651	.2699	-.353
27	0	.9393	1
28	.1506	.9991	.738
29	0	.493	1
30	.4487	0	-1
31	.2518	.4158	.245
32	.2771	.3342	.090
33	.2279	.6125	.457
34	.2244	.7843	.555
35	0	.8264	1
36	0	1.020	1
37	.5492	.3652	-.201
38	.3743	.205	-.222
39	.0438	.5574	.854
40	0	.4536	1
41	.0935	.4079	.627
42	0	.9592	1
43	.215	.6278	.637
44	.6525	0	-1
45	.1869	.7687	.608
46	.3808	.3498	-.042
47	.4137	.3079	-.146
48	.1923	.4543	.405
49	0	1.0218	1
50	.5517	.4137	.1429

۶. نتیجه‌گیری

در این مقاله روش جدیدی برای محاسبه کارایی بر پایه مرز کارایی و ناکارایی مطرح شد. همان‌طور که مشاهده شد این شاخص کارایی به وسیله‌ی دو شاخص ایده‌آل و ضد ایده‌آل محاسبه می‌شود. شاخص ایده‌آل از سنجش DMU‌ها با مرز کارایی و شاخص ضد ایده‌آل از سنجش DMU‌ها با مرز ناکارایی می‌باشد. مهم‌ترین برتری روش مطرح شده نسبت به سایر روش‌ها استفاده از فرآیند تحلیل سلسله مراتبی برای محاسبه مطلوب‌ترین وزن در تابع هدف با توجه به نظر مدیران هر واحد می‌باشد.

یک مثال تجربی از پنجاه شعبه بانک، اهمیت استفاده از مرز ناکارایی را مشخص می‌کند. به کمک اطلاعات به دست آمده می‌توان در مورد شعبه‌هایی که عملکرد خوب و عملکرد بد دارند تصمیم‌گیری لازم را نمود.

منابع

[1] Amirteimoori, A. DEA efficiency analysis: Efficient and anti-efficient frontier, "Applied mathematics and Computation" 186 (2007) 10-16.

[2] Banker, R.D., Charnes, A., Cooper, W.W., Some models for estimating technical and scale inefficiencies in data envelopment analysis, "Management Science "30 (1984) 1078˘1092.

[3] Charnes, A., Cooper, W.W., Rhodes, E. Measuring the efficiency of decision making units, European Journal of Operational Research 2 (1978) 429-444.

[4] Entani, T., Maeda, Y., Tanaka, H., Dual models of interval DEA and its extension to interval data, "European Journal of Operational Research" 136 (2002) 32˘45.

[5] Farell, J.M. The measurement of

productive efficiency, "Royal Statical Series" 120 (1957) 253-290.

[6] Saaty, T.L. Fundamentals of decision making and prioirity theory with the analytic hierarchy process, "pittsburgh RWS publication" (2000).

[7] Yamada, Y., Matui, T., Sugiyama, M. New analysis of efficiency based on DEA," Journal of the Operation Research Society of Japan "37 (1994) 158-167 (In Japanese).

پژوهشگاه علوم انسانی و مطالعات فرهنگی
پرتال جامع علوم انسانی