

ارایه الگوریتم فراابتکاری مبتنی بر سیستم کلونی مورچگان برای مسئله مکان‌یابی مسیریابی با چندین انبار و فرض تخصیص چندین مسیر به هر وسیله نقلیه

مریم رضوی^۱، محمدعلی سوخکیان^۲، کورش زیارتی^۳

چکیده: در یک سیستم لجستیک، تصمیماتی نظیر مکان‌یابی انبارها، مسیریابی وسایل نقلیه و تخصیص مسیرها به این وسایل نقلیه باید به‌طور همزمان اخذ شوند. در واقع این‌گونه مسایل، به دنبال یافتن مکان و تعداد مناسب تسهیلات و نیز مسیرهای توزیع توسط وسایل نقلیه هستند. این مسئله به دلیل پیچیدگی و حجم بالای محاسبات جزء مسایل بهینه‌یابی ترکیبی و NP-hard قرار می‌گیرد. به‌دست آوردن حل بهینه برای مسئله مورد نظر در ابعاد بالا در زمان محاسباتی معقول به‌وسیله‌ی رویکردهای سنتی و ابزارهای بهینه‌یابی متداول، بسیار مشکل است. بنابراین یک الگوریتم فراابتکاری مبتنی بر الگوریتم مورچگان برای حل این مسئله استفاده شده‌است. با توجه به آزمایش‌های انجام شده، این الگوریتم پیشنهادی می‌تواند جواب نزدیک به بهینه در زمان قابل‌قبولی ارائه دهد. همچنین در این مقاله فرض تخصیص چندین مسیر به یک وسیله نقلیه در کل زمان در دسترس در نظر گرفته شده‌است. در انتها، نتایج به‌دست آمده از این الگوریتم برای مسایل با حجم کم با خروجی نرم‌افزار لینگو مقایسه و بررسی شده‌است.

واژه‌های کلیدی: الگوریتم مورچگان، مسئله مکان‌یابی - مسیریابی، فراابتکاری، جست‌وجوی حریمانه، مسئله کوله‌پشتی

۱. دانشجوی کارشناسی ارشد مدیریت صنعتی تحقیق در عملیات، دانشگاه شیراز، ایران

۲. استادیار بخش مدیریت و حسابداری، دانشگاه شیراز، ایران

۳. استادیار بخش مهندسی و علوم کامپیوتر، دانشکده مهندسی دانشگاه شیراز، ایران

تاریخ دریافت مقاله: ۱۳۸۸/۳/۱۰

تاریخ پذیرش نهایی مقاله: ۱۳۸۹/۶/۱۵

نویسنده مسئول مقاله: مریم رضوی

Email: mrazavi_ir@yahoo.com

مقدمه

مسئله مکان‌یابی - مسیریابی، در بسیاری از محیط‌های لجستیک به مدیران برای اخذ تصمیماتی مثل محل استقرار تسهیلات (مراکز توزیع یا انبارها)، تخصیص مشتریان به این تسهیلات سپس برنامه‌های حمل‌ونقل برای ارتباطات مشتریان به این تسهیلات کمک می‌کند. در واقع مسایل مکان‌یابی - مسیریابی، به‌منظور پیدا کردن مکان و تعداد مناسب تسهیلات و نیز مسیرهای توزیع توسط وسایل نقلیه تعریف شده‌است. تفاوت اساسی بین مسئله مکان‌یابی - مسیریابی با مسئله مکان‌یابی سنتی این است که در اولی پس از تعیین مکان تسهیلات، مسیرهای ارتباطی بین مشتریان و تسهیلات به‌صورت یک‌تور بررسی می‌شود ولی در دومی فرض بر این است که مسیرهای مستقیم بین مشتری و تسهیلات وجود دارد و این در نهایت به افزایش هزینه‌های توزیع منجر می‌شود. پس برخلاف روش مکان‌یابی سنتی، در روش مسئله مکان‌یابی - مسیریابی با در نظر گرفتن تور، به‌طور همزمان به‌دنبال مکان‌های بهینه تسهیلات و همچنین مسیرهای بهینه است [۱۷].

این مسئله به‌علت پیچیدگی و حجم بالای محاسباتی جزء مسایل بهینه‌یابی ترکیبی قرار دارد و با توجه به اینکه روش‌های سنتی بهینه‌یابی برای حل مسایل NP-hard مناسب نیست و به‌دست آوردن حل بهینه برای مسایل مورد نظر در ابعاد بالا در زمان به‌وسیله‌ی رویکردهای سنتی و ابزارهای بهینه‌یابی متداول بسیار مشکل است؛ بنابراین از الگوریتم‌های فراابتکاری برای حل آن استفاده می‌شود.

در مدیریت تولید و عملیات سه نوع تصمیم مهم شناخته شده‌است [۱۶]:

۱- تصمیم استراتژیک؛ ۲- تصمیم تاکتیکی؛ ۳- تصمیم عملیاتی.

به‌طور دقیق این سه نوع تصمیمات را می‌توان در مسایل بهینه‌یابی حمل‌ونقل نیز بیان کرد. تصمیمات استراتژیک و بلندمدت نظیر مکان‌یابی تسهیلات است. سطح تاکتیکی شامل تنظیم اندازه ناوگان حمل‌ونقل و تخصیص مشتریان به تسهیلات بوده و در سطح عملیاتی تصمیماتی مثل جزئیات تخصیص مشتریان به مسیرها و ترتیب قرار گرفتن مشتریان بر هر مسیر اخذ می‌شود. در مسئله مکان‌یابی - مسیریابی سطوح تصمیمات استراتژیک (مکان‌یابی) و تاکتیکی (مسیریابی) را با هم ترکیب کرده و هدف در واقع تعیین همزمان

محل تسهیلات (انبارها یا مراکز توزیع)، تخصیص مشتریان به تسهیلات و مجموعه سفرهای بین تسهیلات و مشتریان انجام است؛ به نحوی که کل هزینه سیستم را به حداقل برسانیم.

تا سال ۱۹۷۰ وابستگی بین مسئله مکان‌یابی و مسیریابی دیده نشده بود و وارد کردن مسئله مسیریابی به مکان‌یابی غیرعملی به نظر می‌رسید [۱۷]. با ارایه مسئله مکان‌یابی - مسیریابی و با وجود پیچیدگی این مسئله و قرار گرفتن آن در زمره مسایل NP-hard، به کارگیری آنالیز حساسیت نظیر تغییرات در ظرفیت ناوگان حمل و نقل، ظرفیت تسهیلات و تعداد محل‌های ممکن برای تسهیلات، اطلاعات بسیار باارزشی را برای تصمیم‌گیرندگان فراهم نمود. پژوهش‌های موجود همچنین دلالت بر کاربردی بودن این گونه مسایل دارد و صرفاً از حالت دانشگاهی و علمی خارج است. اگرچه بیشتر این مسایل عملی بر توزیع کالا از انبارها به مشتریان دلالت دارد، ولی همچنین تعدادی کاربردهای دیگر مثل سلامت، نظامی و ارتباطی نیز برای این مسئله در نظر گرفته شده است [۱۷][۱۸]. علاوه بر این دیده می‌شود که روش‌های تقریبی به‌طور وسیع‌تری به نسبت روش‌های دقیق حل مسئله به کار گرفته شده است.

اولین مقاله برای حل یک مسئله کلی مکان‌یابی مسیریابی به وسیله‌ی روش‌های دقیق، توسط (لاپورته و نوبرت، ۱۹۸۱) ارایه شده است. در این روش از یک انبار و تعداد ثابتی وسیله نقلیه استفاده شده و الگوریتم شاخه و حد برای حل به کار گرفته شد [۱۲]. لاپورته و دیگران، به کارگیری چندین انبار را با و بدون هزینه‌های تأسیس انبار در پژوهش دیگری در نظر گرفته و برای حالت خاص تخصیص یک وسیله نقلیه به هر مسیر از محدودیت‌های حذف لوپ در مسیرهای ایجاد شده و جلوگیری از اتصال دو انبار به هم در یک مسیر استفاده کردند [۱۳]. در پژوهش دیگری که توسط (لاپورته و دیگران، ۱۹۸۹) ارایه شده یک خانواده از مسایل مکان‌یابی - مسیریابی را مطرح کرده که از نوع تصادفی (احتمالی) است. یعنی در واقع میزان تقاضای هر مشتری مشخص نیست و به صورت یک متغیر تصادفی منظور می‌شود [۱۱].

در نهایت با توجه به اینکه روش‌های دقیق بیش و کفایت را در مورد این گونه مسایل برای ما باز می‌کند، اما به علت پیچیدگی مسایل مکان‌یابی مسیریابی این گونه روش‌ها

فقط قادر به حل مسایل با حجم کوچک هستند. بنابراین به علت وجود تعداد زیاد پژوهش‌ها در زمینه‌ی حل مسایل مکان‌یابی مسیریابی به روش‌های فراابتکاری، در اینجا چند نمونه از این پژوهش‌ها آورده شده‌است. برای مثال در پژوهشی که توسط انجام شده از الگوریتم تبرید شبیه‌سازی شده به کار گرفته شده و دیده می‌شود که این روش برای بسیاری از مسایل ترکیبی مشکل و پیچیده مثل مسئله مکان‌یابی - مسیریابی نتایج خوبی را ارائه داده است [۲۳]. در پژوهش هم به دلیل پیچیدگی محاسباتی مسایل NP-hard، از الگوریتم ژنتیک که یکی از روش‌های حل مسایل بهینه‌یابی ترکیبی است برای حل مسئله پوشش مجموعه استفاده شده‌است. در این مقاله از روش الگوریتم ژنتیک موازی که توسعه یافته روش الگوریتم ژنتیک است استفاده شده تا جواب‌هایی با کیفیت بالاتر و با زمان محاسباتی کوتاه‌تر ارائه نماید [۲۰]. در مطالعه دیگری توسط تن و دیگران در سنگاپور انجام شده از الگوریتم‌های فراابتکاری تبرید شبیه‌سازی شده، جست‌وجوی ممنوعه و الگوریتم ژنتیک برای حل مسئله مسیریابی با محدودیت زمانی استفاده کرده و این سه روش را برای یک مسئله واحد با ۱۰۰ مشتری پیاده کرده و مقایسه‌ای بر روی الگوریتم‌های مختلف ابتکاری انجام شده‌است [۲۲]. در پژوهش دیگری توسط بل و مک مولن، یک مسئله مسیریابی توسط الگوریتم بهینه‌یابی کلونی مورچگان حل شده که نتایج ارائه شده موفق بودن الگوریتم را برای مسایل با حجم بالا نشان داده است [۷]. در پژوهش دیگری که در سال ۲۰۰۷ در ترکیه توسط العمر و کارا انجام شده مدلی جدید برای مسئله مکان‌یابی - مسیریابی ضایعات خطرناک ارائه شده‌است. در واقع از مسئله مکان‌یابی - مسیریابی برای پیدا کردن یک راه حل مناسب برای مسئله مدیریت زباله‌های خطرناک در ترکیه استفاده شده‌است. هدف مدل، یافتن محل مراکز تصفیه، مراکز انهدام و یافتن مسیرهای حمل ضایعات خطرناک به مراکز تصفیه به منظور حداقل کردن هزینه کل و ریسک حمل و نقل است [۶]. در ایران پژوهش‌های اندکی در زمینه مسئله مکان‌یابی مسیریابی به صورت ترکیبی انجام شده است. برای مثال در زمینه طراحی و تحلیل شبکه توزیع که این یکی از مهم‌ترین مسایل پیش‌روی شرکت‌های توزیع است و از آنجا که این مسئله یک مسئله NP-hard است و ارائه روش دقیق برای حل آن در ابعاد واقعی ممکن نیست، از الگوریتم فوق فراابتکاری جست‌وجوی ممنوع برای حل تقریبی مسئله استفاده

شده است [۱]. همچنین در پژوهشی از مسئله مسیریابی وسایل نقلیه استفاده کرده که این مسئله در محیط انبار فروش یک شرکت مطرح می‌شود. سفارش‌ها از جانب مشتریان می‌رسند و شرکت، پس از جمع‌آوری سفارش‌ها از انبار، آن‌ها را بین مشتریان توزیع می‌کند؛ به‌صورتی که کل هزینه‌های حمل‌ونقل کمینه گردند و در عین حال مدت زمان بین رسیدن سفارش به انبار و تحویل سفارش به مشتری نیز در حدود مطلوب باقی بماند. به این منظور یک الگوریتم ابتکاری واقعه‌گرا طراحی شده است [۴]. در مقاله دیگری در زمینه مکان‌یابی که توسط قصیری در پنجمین کنفرانس بین‌المللی مهندسی صنایع ارائه شده به مسئله جانمایی مراکز اورژانس در شبکه حمل‌ونقل شهری با استفاده از الگوریتم ژنتیک می‌پردازد [۵]. در پژوهش دیگری (پناهی و توکلی مقدم) کاربرد الگوریتم ژنتیک برای حل مسئله استقرار حلقه بسته با تسهیلات اندازه‌های متفاوت مورد بررسی قرار می‌گیرد. این مسئله به دلیل پیچیدگی و حجم بالای محاسبات در جزء مسایل بهینه‌سازی ترکیبی و NP-hard است. به‌دست آوردن حل بهینه برای مسئله مورد نظر در ابعاد بالا در زمان محاسباتی معقول به‌وسیله رویکردهای سنتی و ابزارهای بهینه‌سازی متداول، بسیار مشکل است [۲]. در مقاله توکلی مقدم و دیگران به ارایه یک مدل مکان‌یابی-مسیریابی با در نظر گرفتن تخصیص یک محصول پرداخته است. این مسئله که حاصل از ترکیب دو مسئله مکان‌یابی مسیریابی است؛ از یک‌سو باعث صرفه‌جویی در هزینه‌ها شده و از سوی دیگر رضایت مشتریان را افزایش می‌دهد. مفروضات موجود با یکدیگر ادغام شده و نیز مسئله تخصیص کالا به مشتریان در مدل لحاظ شده است. به دلیل بزرگی مسئله، به‌منظور بررسی شدنی بودن آن، تنها نمونه‌های کوچکی به‌طور تصادفی تولید شده و سپس توسط نرم‌افزار لینگو نسخه ۸ حل شده‌اند [۳].

شرح مسئله، تدوین مدل ریاضی و ارایه راه‌حل

در یک سیستم لجستیک فرض کنید که تعداد، محل و تقاضای مشتریان، تعداد و محل همه‌ی انبارها و همین‌طور نوع ناوگان و اندازه آن داده شده است. در این سیستم تصمیماتی نظیر مکان‌یابی انبارها، مسیریابی وسایل نقلیه و تخصیص مسیرها به این وسایل نقلیه باید به‌طور همزمان اخذ شوند. در ادبیات موضوع مسایل مکان‌یابی مسیریابی اغلب به تصمیمات

مکان یابی و مسیریابی وسایل نقلیه با فرض تخصیص یک مسیر به یک وسیله نقلیه اشاره دارد. درحالی که هزینه کرایه وسایل نقلیه و رانندگان آنها اغلب مهم تر از هزینه های مسیر است. پس فرض تخصیص چندین مسیر به یک وسیله نقلیه در ساعت کاری مشخص شده برای آن امری مناسب و لازم است. بنابراین در این پژوهش به بررسی مسئله مکان یابی و مسیریابی (LRP) با چندین انبار و استفاده چندگانه از وسایل نقلیه پرداخته شده است. برای حل این مسئله شامل چندین انبار و با فرض استفاده چندگانه از وسایل نقلیه و رانندگان آنها چندین تصمیم باید اخذ شود: انتخاب محل انبارها، تهیه برنامه مسیرها از انبارهای انتخاب شده به نقاط تقاضا (مشتریان) و در نهایت تخصیص مسیرها به وسایل نقلیه / رانندگان. هزینه کل به عنوان عامل اولیه و آشکار تصمیم گیری برای مدیران است. این هزینه ها شامل: هزینه تأسیس انبار، هزینه حمل و مسافرت بر مسیرها و هزینه اعزام وسیله نقلیه (کرایه وسایل نقلیه و رانندگان آنها) هستند. تابع هدف شامل کاهش هزینه های احداث تسهیلات، حمل و اعزام وسیله نقلیه است. بنابراین می توان مسئله را به صورت زیر فرموله کرد:

مدل سازی ریاضی مسئله

پارامترهای مسئله

I: مجموعه ای از سایت هایی که امکان احداث انبارها در آنها وجود دارد.

J: مجموعه ای از تمام مشتریان

K: مجموعه ای از تمام مسیرهای جداگانه

C_{ij} : هزینه طی کردن مسافت بین گره i و گره j

G_i : هزینه ثابت تأسیس انبار i

V_i : ماکزیم ظرفیت انبار i ام

d_j : تقاضای مشتری j ام

Q_k : ظرفیت مسیرنقلیه یا مسیر k ام

متغیرهای تصمیم

$X_{ijk} = 1$ ، اگر که مشتری j ام به انبار i ام توسط مسیر k ام وصل شود، در غیر این صورت

$X_{ijk} = 0$.

$Y_i = 1$ ، اگر انبار i ام احداث شده باشد، در غیر این صورت $Y_i = 0$.

$Z_{ij} = 1$ ، اگر مشتری j ام به انبار i ام تخصیص داده شود، در غیر این صورت $Z_{ij} = 0$.

$$\min Z = \sum_{i \in I} G_i Y_i + \sum_{i \in I \cup J} \sum_{j \in I \cup J} \sum_{k \in K} C_{ij} X_{ijk}$$

s.t.:

$$\sum_{k \in K} \sum_{i \in I \cup J} X_{ijk} = 1 \quad \forall j \in J \quad (1)$$

$$\sum_{j \in J} d_j \sum_{i \in I \cup J} X_{ijk} \leq Q_k \quad \forall k \in K \quad (2)$$

$$\sum_{j \in I \cup J} X_{ijk} - \sum_{j \in I \cup J} X_{jik} = 0 \quad \forall k \in K, i \in I \cup J \quad (3)$$

$$\sum_{i \in I} \sum_{j \in J} X_{ijk} \leq 1 \quad \forall k \in K \quad (4)$$

$$\sum_{j \in J} d_j Z_{ij} - V_i Y_i \leq 0 \quad \forall i \in I \quad (5)$$

$$-Z_{ij} + \sum_{u \in I \cup J} (X_{iuk} + X_{ujk}) \leq 1 \quad \forall i \in I, j \in J, k \in K \quad (6)$$

$$U_{lk} - U_{jk} + N X_{ljk} \leq N - 1 \quad j, l \in J, k \in K \quad (7)$$

$$X_{ijk} = 0, 1$$

$$Y_i = 0, 1 \quad \forall i \in I, j \in J, k \in K$$

$$Z_{ij} = 0, 1$$

محدودیت‌ها نیز به ترتیب به منظورهای زیر استفاده شده‌اند:

معادله (۱) بیانگر این است که هر مشتری فقط به یک مسیر تخصیص می‌یابد. نامعادله (۲) به عنوان محدودیت ظرفیت وسیله نقلیه است و بیان می‌دارد که تقاضای مشتریان بر هر مسیر باید کوچک‌تر یا مساوی با ظرفیت وسیله نقلیه باشد. معادله (۳) به عنوان محدودیت حفاظت جریان و بیانگر این است که اگر وسیله نقلیه‌ای به گره‌ای وارد شود باید از آن خارج شود. نامعادله (۴) بیان می‌دارد که هر مسیری حداکثر شامل یک انبار است. نامعادله (۵) محدودیت ظرفیت برای انبار است. نامعادله (۶) بیانگر این است که هر مشتری می‌تواند به یک انبار تخصیص یابد اگر فقط یک مسیر از آن انبار به مشتری مرتبط

باشد و در نهایت نامعادله (۷) که محدودیت برش است، از ایجاد حلقه در مسیر جلوگیری می‌کند.

همان‌طور که گفته شد دو رویکرد برای حل مسایل مکان‌یابی مسیریابی وجود دارد: اولین رویکرد استفاده از روش‌های دقیق حل مسئله هستند که بیشتر بر مبنای مدل کردن ریاضی مسئله استوار هستند و از آن جمله می‌توان به برنامه‌ریزی عدد صحیح اشاره کرد [۱۲][۱۹] این روش‌ها برای مسایل با حجم کم مناسب بوده و برای حل مسایل با حجم بالا با این روش‌ها به زمان زیادی نیاز است. در رویکرد دوم از الگوریتم‌های فراابتکاری استفاده شده‌است. ولی روش‌های فراابتکاری این ایراد را دارند که به دنبال یافتن جواب خوب به مسایل هستند و رسیدن به جواب بهینه را گارانتی نمی‌کنند. البته در این الگوریتم‌ها از تکنیک‌هایی استفاده می‌شود که از افتادن درون نقاط بهینه محلی جلوگیری کرده و احتمال یافتن جواب بهینه را بیشتر می‌نماید. که در صورت طراحی مناسب الگوریتم به جواب‌هایی نزدیک به جواب‌های بهینه خواهیم رسید. این مسئله به علت پیچیدگی و حجم بالای محاسباتی جزء مسایل بهینه‌یابی ترکیبی قرار دارد و با توجه به اینکه روش‌های سنتی بهینه‌یابی برای حل مسایل NP-hard مناسب نیستند و به دست آوردن حل بهینه برای مسایل مورد نظر در ابعاد بالا در زمان به وسیله رویکردهای سنتی و ابزارهای بهینه‌یابی متداول بسیار مشکل است، بنابراین از الگوریتم‌های فراابتکاری برای حل آن استفاده می‌شود.

بنابراین مناسب است که در اینجا به شرح الگوریتم فراابتکاری پیشنهادی پردازیم:

الگوریتم فراابتکاری پیشنهادی

استفاده از هوش گروهی رویکردی به نسبت جدید است که در حل مسایل به کار رفته و از رفتار اجتماعی حشرات و دیگر حیوانات الهام گرفته شده‌است. به‌طور خاص روش‌ها و تکنیک‌های زیادی از مورچگان الهام گرفته شده و مطالعه‌های زیادی در این زمینه انجام شده که موفق‌ترین آن تکنیک بهینه‌یابی چندین منظوره بوده که به‌عنوان بهینه‌یابی کلونی مورچگان شناخته می‌شود. بهینه‌یابی کلونی مورچگان ACO از رفتار گونه‌هایی از مورچگان که به دنبال یافتن غذا بوده‌اند، الگوبرداری شده‌است. این مورچه‌ها نوعی ماده به

نام فرومون بر روی زمین به جای می‌گذارند که بدین وسیله مسیر مناسب را برای بقیه اعضای گروه کلونی مشخص نمایند. بهینه‌یابی کلونی مورچگان از سازوکاری شبیه حل برنامه‌های بهینه‌یابی استفاده می‌کند.

از اوایل دهه ۱۹۹۰ وقتی که اولین الگوریتم بهینه‌یابی کلونی مورچگان پیشنهاد شد، بهینه‌یابی کلونی مورچگان توجه بسیاری از پژوهشگران را به خود جلب کرد و کاربردهای موفقیت‌آمیز بسیاری از آن هم‌اکنون در دسترس است. دنوبرگ در مورد قرار گرفتن فرومون‌ها بر زمین و رفتار مورچه‌ها به دنبال آن پژوهش بسیاری انجام داد. در یک آزمایش به نام آزمایش پل دوتایی، لانه‌ی نوعی مورچه آرژانتینی به یک منبع غذایی توسط دو پل با طول یکسان وصل شد. در چنین حالتی مورچه‌ها به بررسی اطراف لانه برای یافتن غذا می‌پردازند و در نهایت منبع غذایی را با به جای گذاشتن ماده‌ای به نام فرومون پیدا می‌کنند. در ابتدا هر مورچه به‌طور تصادفی یکی از مسیرها را انتخاب می‌نماید. اما با وجود نوسانات تصادفی پس از مدتی در یکی از مسیرها تمرکز و دانسیته فرومون بیشتر شده و مورچه بیشتری را جذب می‌نماید و به انتخاب آن مسیر توسط بقیه مورچه‌ها منجر می‌شود. سپس گاس آزمایش پل دوتایی را با ایجاد تغییری که یکی از پل‌ها را بلندتر از دیگری گرفت دوباره انجام داد. در این حالت نوسانات احتمالی در انتخاب اولیه یک مسیر به‌طور قابل توجهی کاهش یافته و سازوکار دوم نقش اساسی را بازی می‌کند: مورچه‌هایی که مسیر کوتاه‌تر را انتخاب می‌کنند (به‌طور تصادفی) سریع‌تر به منبع غذایی می‌رسند. پس مسیر کوتاه‌تر فرومون را سریع‌تر از مسیر بلندتر دریافت می‌نماید و این موضوع احتمال انتخاب این مسیر را توسط مورچه‌ها نسبت به مسیر بلندتر افزایش می‌دهد. با الهام از رفتار مورچه‌ها دوریگو اولین الگوریتم خود را بنام سیستم مورچگان برای مسئله فروشنده دوره‌گرد و سپس الگوریتم بهینه‌یابی کلونی مورچگان به فرم فراابتکاری را برای مسایل بهینه‌یابی ترکیبی فرموله کرد [۸][۹][۱۰].

الگوریتم بهینه‌یابی کلونی مورچگان فراابتکاری ارایه شده بعد از قالب‌بندی اولیه، در سه فاز تکرار می‌شود: در هر تکرار، یک‌سری جواب توسط مورچه‌ها ایجاد می‌شوند. این جواب‌ها سپس توسط جست‌وجوی محلی بهبود می‌یابند (این گام اختیاری است) و در نهایت فرومون‌ها به‌روز می‌شوند.

الگوریتم‌های معمول بهینه‌یابی کلونی مورچگان عبارتند از:

- ۱- سیستم مورچگان (AS)،
 - ۲- سیستم مورچگان MAX-MIN(MMAS)،
 - ۳- سیستم کلونی مورچگان (ACS).
- هر کدام از این الگوریتم‌ها یک سری مشخصاتی دارند که به ترتیب از سیستم مورچگان (AS) به سیستم کلونی مورچگان (ACS) بهبود یافته است.

حال به شرح الگوریتم پیشنهادی در این مقاله می‌پردازیم:

این الگوریتم شامل ۳ گام است: گام اول فاز مکان‌یابی بوده که در آن به دنبال یافتن حداقل تعداد انبارها از بین مکان‌های بالقوه برای برآوردن تقاضای مشتریان هستیم. سپس نتایج این فاز با به دست آمدن نتایج فاز مسیریابی به روز شده و در نهایت ما را به رسیدن به بهترین جواب یاری می‌دهد. گام دوم فاز مسیریابی بوده که هدف یافتن مسیریابی از انبارها به مشتریان بوده به طوری که نیازهای تمامی مشتریان برآورده شوند و سرانجام در گام سوم مسیرهای ایجاد شده در مرحله قبل را به وسایل نقلیه در دسترس اختصاص می‌دهیم با این شرط که از حداقل تعداد وسایل نقلیه استفاده شده و هر وسیله می‌تواند به چندین مسیر تخصیص داده شود و در محدوده زمانی کاری خود سرویس‌ها را به مشتریان ارائه دهد.

اولین گام در الگوریتم ارائه شده فاز مکان‌یابی است. برای تعیین کمترین تعداد انبارها باید تعدادی را انتخاب کنیم که قادر به برآوردن کل تقاضای مشتریان باشند. برای این منظور حداقل تعداد انبارها توسط تقسیم کل تقاضا بر ظرفیت هر انبار (در اینجا ظرفیت انبارها با هم برابر است) به دست می‌آید. سپس لیستی از تعداد انبارهایی که بیشترین مقدار نقاط تقاضا را در اطراف خود دارند، به طور از بیشترین تا کمترین (کاهشی)، تهیه می‌کنیم. در هر تکرار از فاز مکان‌یابی یک مجموعه مجزا از حداقل تعداد انبارها از لیست به وسیله جست‌وجوی حریمانه^۱ انتخاب شده تا در گام‌های بعد مسیریابی و تخصیص مسیرها به وسایل نقلیه استفاده قرار شوند. رویکرد حریمانه به انتخاب جواب‌های بهتر در الگوریتم

1. Greedy search

ابتکاری منجر می‌شود. اگر تعداد انبارها به‌طور قابل ملاحظه‌ای کوچک‌تر از تعداد نقاط تقاضا باشد، در الگوریتم باید تمامی این نقاط بررسی شوند ولی در حالتی که این مقدار بزرگ باشد از روش گفته شده برای ایجاد جواب‌های اولیه استفاده می‌شود. هر سه فاز به‌طور مرتب برای هر مجموعه از انبارها تکرار شده تا سرانجام مسیری با کمترین هزینه در فاز مسیر یابی به‌دست آید. هر جواب موجه از نظر فاکتور عملکردی کل هزینه بررسی می‌شود سپس جواب موجه کنونی با بهترین جواب‌های گذشته مقایسه می‌شوند و در صورت بهتر بودن جایگزین بهترین جواب می‌شود. بنابراین با یافتن جواب‌های بهتر، جواب‌ها به‌روز شده و همین‌طور که الگوریتم پیش می‌رود جواب‌ها بهتر شده و بهبود می‌یابد. در نهایت پس از رسیدن به بهترین جواب در پایان فاز مسیریابی بررسی می‌شود که اگر هزینه تأسیس یک انبار جدید بیش از هزینه به‌دست آمده بهترین جواب باشد، الگوریتم خاتمه می‌یابد. در غیر این صورت به تعداد حداقل انبارها یکی اضافه شده و فاز مکان‌یابی دوباره آغاز می‌شود.

در فاز مسیریابی با استفاده از الگوریتم سیستم کلونی مورچگان (ACS)، هر مورچه یک وسیله نقلیه را شبیه‌سازی نموده و مسیرش به وسیله ملاقات مشتریان به‌طور افزایشی ایجاد می‌شود. در ابتدا هر مورچه از یک انبار شروع کرده و مجموعه مشتریان بر مسیرش خالی است. مورچه مشتری بعدی را از لیست مکان‌های مجازش انتخاب کرده سپس ظرفیت ذخیره وسیله نقلیه تا قبل از انتخاب کردن مشتری بعدی به‌روز می‌شود. مورچه به‌محض رسیدن به حداکثر ظرفیت وسیله نقلیه یا ملاقات کردن همه مشتریان به انبار باز می‌شود. کل مسافت L برای مسیر کامل مورچه مصنوعی به‌عنوان عاملی برای به‌دست آوردن مقدار تابع هدف محاسبه می‌شود. الگوریتم سیستم کلونی مورچگان یک تور کامل را برای اولین مورچه تا قبل از اینکه مورچه دوم تورش را شروع کند، ایجاد می‌نماید. اینکار تا جایی که تعداد کل m مورچه از پیش تعیین شده مسیرهای موجه خود را انتخاب نمایند، ادامه می‌یابد. با استفاده از سیستم کلونی مورچگان، هر مورچه باید یک مسیر را برای ملاقات هر مشتری ایجاد نماید. برای انتخاب مشتری بعدی زام مورچه از فرمول احتمالی زیر استفاده می‌نماید:

$$P_{IJ} = \frac{(\tau_{ij})(\eta_{ij})^\beta}{\sum_{u \notin M_k} (\tau_{iu})(\eta_{iu})^\beta} \quad \text{if } j \notin M_k \text{ otherwise } 0 \quad (8)$$

که در آن τ_{iu} برابر با مقدار فرومون بر مسیر بین مکان جاری i و مکان ممکن u است. مقدار η_{iu} به عنوان معکوس مسافت بین مکان دو مشتری بوده و پارامتر β اهمیت مسافت را در مقایسه با مقدار فرومون در الگوریتم انتخابی مشخص می کند ($\beta \geq 0$). مکان‌هایی که از قبل به وسیله‌ی یک مورچه مشاهده شده‌اند، در حافظه کاری مورچه‌ها M_k ذخیره شده و دیگر برای انتخاب شدن در نظر گرفته نمی شوند. مقدار q یک متغیر یکنواخت تصادفی در بازه $[0-1]$ و مقدار q_0 یک پارامتر است. اگر $q > q_0$ باشد، احتمال انتخاب مشتری بعدی از تابع توزیع احتمال P_{ij} در معادله ۸ تبعیت کرده در غیر این صورت مورچه، یال با بالاترین مقدار را از معادله ۹ انتخاب می کند.

$$j = \arg \max_{\text{otherwise } S} \{ (\tau_{iu})(\eta_{iu})^\beta \} \quad \text{for } u \notin M_k, \quad \text{if } q \leq q_0 \quad (9)$$

مورچه به محض رسیدن به حداکثر ظرفیت وسیله نقلیه یا ملاقات کردن تمامی مشتریان به انبار باز می گردد. این فرآیند انتخاب تاجایی که همه مشتریان ملاقات شوند و تور تکمیل شود، ادامه می یابد. برای بهبود جواب‌های آینده، مسیرهای فرومون مورچه‌ها باید به روز شده تا نمایانگر فرومون مورچه‌ها و کیفیت جواب‌های یافته شده باشد. این به روز کردن یک المان کلیدی در تکنیک‌های یادگیری تطبیقی سیستم کلونی مورچگان است و به اطمینان از بهبود جواب‌های آتی کمک می کند. به روز کردن مسیر شامل به روز کردن محلی^۱ مسیرها بعد از ایجاد هر جواب منحصر به فرد و به روز کردن کلی و نهایی^۲ بهترین مسیر جواب بعد از ایجاد یک تعداد از پیش تعیین شده جواب‌ها m ، است.

در ابتدا، به روز کردن محلی توسط کاهش فرومون بر تمام یال‌های ملاقات شده به منظور شبیه‌سازی تبخیر طبیعی فرومون‌ها و اطمینان از اینکه هیچ مسیری بیشتر از حد

1. local pheromone update
2. offline pheromone update

غالب نمی‌شود، اعمال می‌شود. به‌روز کردن محلی به‌وسیله‌ی فرمول معادله ۱۰ انجام می‌شود:

$$\tau_{ij} = (1 - \alpha)\tau_{ij} + (\alpha)\tau_0 \quad (10)$$

که در آن α پارامتری است که سرعت تبخیر شدن را کنترل کرده و τ_0 برابر با مقدار فرومون اولیه تخصیص داده شده به همه یال‌ها برگراف است. بعد از اینکه تعدادی از پیش تعیین شده مورچه m یک مسیر موجه را ساختند، به‌روز کردن نهایی مسیر توسط اضافه کردن فرومون به تمام یال‌های موجود در بهترین مسیر یافته شده توسط یکی از این m مورچه اعمال می‌شود. به‌روز کردن نهایی (جهانی) به‌وسیله‌ی معادله ۱۱ انجام می‌شود:

$$\tau_{ij} = (1 - \alpha)\tau_{ij} + \alpha(L)^{-1} \quad (11)$$

این به‌روز کردن استفاده از مسیرهای کوتاه‌تر و افزایش احتمال این را که مسیرهای آینده یال‌هایی را شامل شوند که در بهترین جواب‌ها وجود دارد، تقویت می‌نماید. این فرآیند برای یک تعداد از پیش تعیین شده تکرارها، تکرار شده و بهترین جواب از همه تکرارها به‌عنوان خروجی مدل در نظر گرفته شده و تقریب خوبی از جواب بهینه مسئله محسوب می‌شود.

و در نهایت فاز آخر که تخصیص مسیر به وسایل نقلیه است، هدف تخصیص وسایل نقلیه به مسیرها بوده که امکان تخصیص یک وسیله به چند مسیر در محدوده‌ی زمانی کاری آن امکان‌پذیر است. این مسئله به فرم مسئله کوله پشتی است، که در آن چمدان، وسیله نقلیه و آیتم‌ها، مسیرها هستند. اندازه‌ی آیتم‌ها، زمان مسافرت بر مسیر و ظرفیت چمدان نیز کل ساعت کار وسیله نقلیه است.

یک راه حل استفاده از الگوریتم‌های فراابتکاری برای حل مسئله کوله پشتی است ولی در صورتی که تعداد مسیرها خیلی زیاد نباشند، رویکرد صحیح برای یافتن بهترین تخصیص‌ها استفاده از برنامه‌ریزی عدد صحیح است. در واقع کلیه جواب‌های به‌دست آمده از فازهای مکان‌یابی و مسیریابی را که مسیرهای تشکیل شده از انبارهای انتخابی

است، به ورودی به این مدل داده شده و خروجی‌ها جواب‌های بهینه‌ای بوده که تخصیص حداقل وسایل نقلیه به مسیرها را نشان می‌دهند. بنابراین باید مدلی ریاضی مناسب این مسئله طراحی کرد که در ادامه ارائه شده است:

مدل ارائه شده برای مسئله تخصیص مسیر به وسایل نقلیه

پارامترهای مسئله

I: مجموعه‌ای از مسیرهای ایجاد شده در فاز مکان‌یابی مسیریابی

J: مجموعه‌ای از تمام وسایل نقلیه

t_i : مسافت طی شده توسط مسیر i ام

T: حداکثر مسافتی که هر وسیله نقلیه می‌تواند طی نماید

متغیرهای تصمیم

$X_{ij} = 1$ ، اگر که مسیر i ام به وسیله نقلیه j ام تخصیص یابد، در غیر این صورت $X_{ij} = 0$.

$Y_j = 1$ ، اگر وسیله نقلیه j ام به کار گرفته شده باشد، در غیر این صورت $Y_j = 0$.

$$\min \sum_j Y_j$$

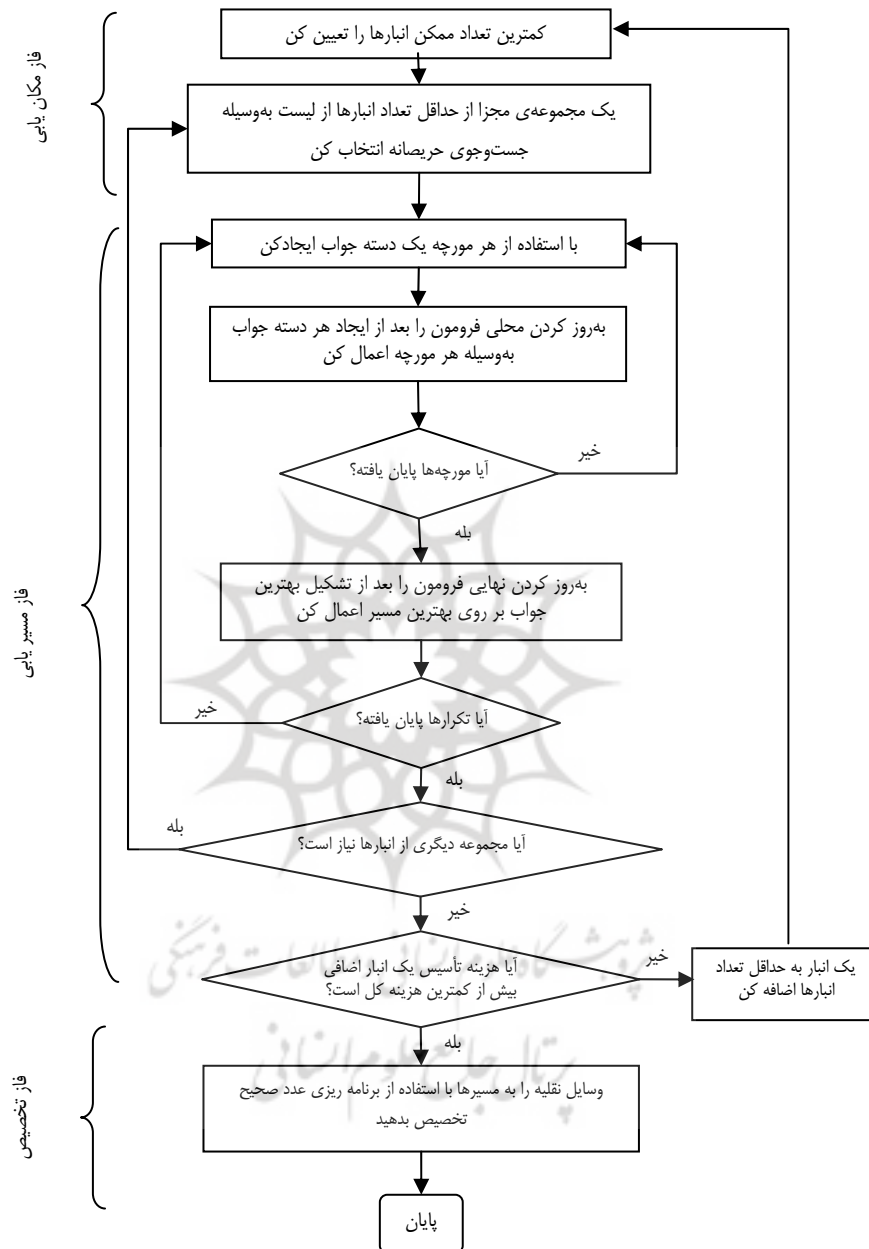
$$s.t.: \sum_j X_{ij} = 1 \quad \forall i \quad (12)$$

$$\sum_i t_i X_{ij} \leq T \quad \forall j \quad (13)$$

$$X_{ij} \leq Y_j \quad \forall i, j \quad (14)$$

$$Y_j \in \{0,1\}, \quad X_{ij} \in \{0,1\}$$

در این مدل تابع هدف یافتن حداقل تعداد وسایل نقلیه برای سرویس دادن به مشتریان است. معادله (۱۲)، بیانگر این است که هر مسیر باید فقط به یک وسیله نقلیه تخصیص یابد. نامعادله (۱۳)، محدودیت ساعات کاری وسیله نقلیه را نشان می‌دهد و نامعادله (۱۴) هم برای جلوگیری از تخصیص وسیله نقلیه به کار گرفته نشده به مسیرها استفاده می‌شود.



نمودار ۱. فلوجارت فراابتکاری پیشنهادی

نتیجه گیری و ارایه نتایج

الگوریتم پیشنهاد شده برای حل مسئله مکان‌یابی مسیریابی با چندین انبار و استفاده چندگانه از وسایل نقلیه را برای چند مسئله نمونه توسط نرم‌افزار 7 matlab پیاده‌سازی شده و جواب‌ها ارایه شده‌اند. در این مسایل مکان گره‌های تقاضا / انبارها به‌طور تصادفی در فضای اقلیدسی [۰-۴۰، ۰-۴۰] ایجاد شده و فرض می‌شود که هر وسیله نقلیه ۸ ساعت در روز در اختیار است. مقدار تقاضای مشتریان نیز به‌طور تصادفی از محدوده [۱۰، ۳۰] انتخاب می‌شود.

برای اعتبارسنجی مدل و ارزیابی نتایج دو راه کار خواهیم داشت: اول اینکه خروجی این مدل را با روش‌های فراابتکاری دیگر مقایسه کنیم یا اینکه خروجی این مدل را با نرم‌افزار لینگو نسخه ۸ برای مسایل در ابعاد کوچک مقایسه کنیم. در اینجا حالت دوم انتخاب شده‌است.

برای اطمینان از به‌دست آوردن جواب‌های مطلوب و نزدیک به بهینه برای چند مسئله کوچک که امکان حل آن‌ها به‌وسیله‌ی روش شاخه و حد توسط نرم‌افزار لینگو ۸ وجود دارد، جواب‌های دو فاز مکان‌یابی مسیریابی محاسبه شده و با جواب‌های ارایه شده توسط الگوریتم فراابتکاری پیشنهادی مقایسه شده است. همانطور که مشاهده می‌شود، جواب‌های ارایه شده توسط الگوریتم فراابتکاری برای این مسایل کوچک به‌طور دقیق با مقدار بهینه به‌دست آمده توسط نرم‌افزار لینگو برابر بوده و این میزان کارا بودن الگوریتم پیشنهادی را نشان می‌دهد. در ضمن زمان حل مسایل توسط این الگوریتم بسیار کمتر از روش دقیق است. این مقایسه در جدول ۱ آورده شده است.

به‌دست آوردن حل بهینه برای مسایل حقیقی و جهان واقعی که خیلی بزرگ هستند در زمان محاسباتی معقول به‌وسیله‌ی رویکردهای سنتی و ابزارهای بهینه‌یابی متداول نظیر نرم‌افزار لینگو بسیار مشکل و گاهی غیر ممکن است. بنابراین برای چند مسئله بزرگ با اندازه‌های مختلف از الگوریتم فراابتکاری پیشنهادی مبتنی بر الگوریتم مورچگان استفاده شده و جواب‌ها در جدول ۲ ارایه شده‌است.

جدول ۲. مقایسه نتایج الگوریتم پیشنهادی و نتایج مدل ریاضی دقیق توسط نرم‌افزار لینگو ۸ برای ۱۰ مسئله نمونه

شماره مسأله	تعداد انبارها	تعداد مشتریان	ظرفیت وسایل نقلیه	ظرفیت انبار	مقدار تابع هدف		زمان مصرفی (S)
					روش دقیق پیاده سازی شده توسط نرم افزار لینگو ۸	روش دقیق پیاده سازی الگوریتم فراابتکاری	
۱	۲	۵	۵۰	۵۰۰	۵۰۱۶۸۱	۵۰۱۶۸۱	۱/۳۵۱
۲	۲	۵	۵۰	۱۰۰۰	۵۰۱۷۸۳	۵۰۱۷۸۳	۱/۵۶۳
۳	۲	۵	۱۰۰	۱۲۰۰	۵۰۱۱۵۶	۵۰۱۱۶۳	۱/۵۸۲
۴	۲	۵	۲۰۰	۱۵۰۰	۵۰۰۸۰۳	۵۰۰۸۰۳	۰/۹۷۱
۵	۲	۶	۵۰	۵۰۰	۵۰۰۴۰۶	۵۰۰۴۰۶	۱/۴۶۲
۶	۲	۶	۱۰۰	۱۰۰۰	۵۰۰۳۱۵	۵۰۰۳۱۵	۱/۴۱۲
۷	۳	۵	۱۵۰	۱۲۰۰	۵۰۰۵۲۰	۵۰۰۵۲۰	۱/۵۹۲
۸	۳	۵	۲۰۰	۱۵۰۰	۵۰۰۴۴۵	۵۰۰۴۴۵	۱/۳۰۲
۹	۳	۶	۱۵۰	۱۲۰۰	۵۰۰۳۸۷	۵۰۰۳۸۷	۱/۷۲۲
۱۰	۳	۶	۲۰۰	۱۵۰۰	۵۰۰۳۸۷	۵۰۰۴۵۱	۱/۷۹۲

جدول ۲. جواب‌های الگوریتم پیشنهادی برای ۳ مسئله با اندازه‌های حقیقی (بزرگ)

شماره مسأله	تعداد انبارها	تعداد مشتریان	ظرفیت وسایل نقلیه	ظرفیت انبار	مقدار تابع هدف	زمان مصرفی (S)	تعداد مسیره‌ها	حداقل تعداد وسایل نقلیه استفاده شده
۱	۱۰	۱۰۰	۳۰۰	۲۷۰۰	۵۰۴۶۸۰	۷۳.۲۲۶	۷	۳
۲	۱۰	۱۰۰	۱۵۰	۲۰۰	۵۰۵۳۱۰	۸۲.۱۸۸	۱۴	۳
۳	۲۰	۲۰۰	۳۰۰	۴۲۰۰	۵۰۸۷۸۰	۵۷۶.۹۸	۱۴	۵
۴	۲۰	۲۰۰	۱۵۰	۴۰۰۰	۵۱۰۶۷۰	۴۸۷.۶۵	۳۸	۷

در فاز تخصیص مسیر به وسایل نقلیه نیز چون از مدل ریاضی و برنامه‌ریزی خطی استفاده کرده‌ایم، جواب‌ها بهینه هستند که هدف حداقل کردن تعداد وسایل نقلیه مورد نیاز است.

یک مسئله نمونه شامل ۲ محل بالقوه انبار و ۶ نقطه تقاضا/ مشتری در نظر گرفته شده است. اطلاعات و داده‌های این مسئله در جداول زیر ارایه شده است:

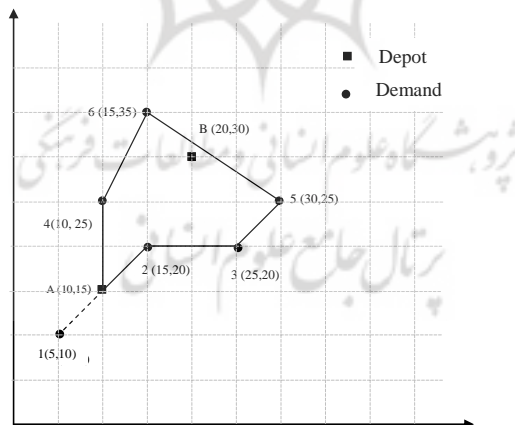
جدول ۳. فواصل اقلیدسی بین نقاط مسئله نمونه (برحسب کیلومتر)

انبار ۱	انبار ۲	مشتری ۱	مشتری ۲	مشتری ۳	مشتری ۴	مشتری ۵	مشتری ۶
۲۰۰	۱۸	۷.۱	۷.۱	۱۵.۸	۱۰	۲۲.۴	۳۰.۶
۱۸	۳۰۰	۲۵	۱۱.۲	۱۱.۲	۱۱.۲	۱۱.۲	۷.۱
۷.۱	۲۵	۳۰۰	۱۴.۱	۲۲.۴	۱۵.۸	۲۹.۱	۲۶.۹
۷.۱	۱۱.۲	۱۴.۱	۳۰۰	۱۰	۷.۱	۱۵.۸	۱۵
۱۵.۸	۱۱.۲	۲۲.۴	۱۰	۲۰۰	۱۵.۸	۷.۱	۱۸
۱۰	۱۱.۲	۱۵.۸	۷.۱	۱۵.۸	۳۰۰	۲۰	۱۱.۲
۲۲.۴	۱۱.۲	۲۹.۱	۱۵.۸	۷.۱	۲۰	۳۰	۱۸
۳۰.۶	۷.۱	۲۶.۹	۱۵	۱۸	۱۱.۲	۱۸	۳۰۰

جدول ۴. تقاضای مشتریان مسئله نمونه

مشتری ۱	مشتری ۲	مشتری ۳	مشتری ۴	مشتری ۵	مشتری ۶
۱۸	۲۰	۱۵	۲۸	۱۰	۲۴

در ضمن ظرفیت انبارها و وسایل نقلیه نیز به ترتیب ۱۰۰ و ۱۰۰۰ است. همچنین فاصله‌های بین دو نقطه مشابه مثل انبار ۱ و انبار ۱ عددی بزرگ به نسبت بقیه اعداد (۲۰۰) در نظر گرفته شده که این به طور خودکار از انتخاب شدن دو نقطه مشابه پشت سر هم جلوگیری می‌کند. با توجه به اطلاعات داده شده توسط هر دو روش یعنی روش دقیق و الگوریتم فراابتکاری پیشنهادی، مسئله حل شده و جواب‌ها در زیر نشان داده شده است:



نمودار ۲. شماتیک جواب‌های مسئله اول با ظرفیت‌های ۱۰۰ و ۱۰۰۰ برای انبارها و وسایل نقلیه

همان‌طور که در نمودار (۲) مشاهده می‌شود، جواب این مسئله که شامل مقدار تابع هدف، بهترین مسیرها و زمان حل است، در جدول زیر ارائه شده که توسط هر دو روش به جواب مشابهی رسیده‌ایم با این تفاوت که زمان حل در روش الگوریتم پیشنهادی به مراتب کمتر از زمان حل توسط الگوریتم دقیق است.

جدول ۵. اجزای جواب مسئله اول با ظرفیت‌های ۱۰۰ و ۱۰۰۰ برای انبارها و وسایل نقلیه

تابع هدف	طول مسیر	مشتری‌ها				انبار	
۵۰۰۳۸۸	۶۳.۴	۲	۳	۵	۶	۴	A
	۱۴.۲	۰	۰	۰	۰	۱	A

زمان صرف شده توسط الگوریتم پیشنهادی: ۱/۰۷۲۰ ثانیه

زمان صرف شده توسط روش دقیق (لینگو): ۸۴۴ ثانیه

حال برای تخصیص وسایل نقلیه به مسیرها در محدوده ساعت کاری وسیله نقلیه (۸ ساعت کار در روز) و با این فرض که وسیله نقلیه به‌طور متوسط ۶۰ کیلومتر را در یک ساعت طی می‌کند (و در نظر گرفتن مسافت بین نقاط بر حسب کیلومتر)، می‌توان از مدل ریاضی پیشنهادی برای مسئله کوله‌پشتی استفاده کرد و حداقل تعداد وسایل نقلیه مورد نیاز را برای این مسئله تعیین نمود.

منابع

۱. بدیع‌الزمان محمد مهدی، سلماسی ناصر (۱۳۸۷). ارزیابی یک روش حل تقریبی برای مدل شبکه توزیع - مسئله مکان‌یابی مسیریابی (LRP)، ششمین کنفرانس بین‌المللی مهندسی صنایع.
۲. پناهی هادی، توکلی مقدم رضا (۱۳۸۶). به‌کارگیری الگوریتم ژنتیک برای حل مسئله استقرار حلقه بسته تسهیلات با اندازه‌های غیر یکسان، پنجمین کنفرانس بین‌المللی مهندسی صنایع.
۳. توکلی مقدم رضا، حیدر مجتبی، موسوی سید اسماعیل (۱۳۸۷). یک مدل مکان‌یابی مسیریابی با در نظر گرفتن تخصیص یک محصول، ششمین کنفرانس بین‌المللی مهندسی صنایع.
۴. شریف یزدی مهدی، باقرپور متین (۱۳۸۷). الگوریتم ابتکاری واقعه‌گرا بر مبنای خوشه‌بندی برای مسئله مسیریابی وسایل نقلیه، ششمین کنفرانس بین‌المللی مهندسی صنایع.
۵. قصیری کیوان، قنادپور سید فرید (۱۳۸۶). جانمایی مراکز اورژانس در شبکه حمل‌ونقل شهری با استفاده از الگوریتم ژنتیک، پنجمین کنفرانس بین‌المللی مهندسی صنایع.
6. Alumur S, Kara B.Y (2007). A new model for the hazardous waste location-routing problem, *Computers & Operations Research* 34: 1406-1423.
7. Bell J.E, McMullen P.R (2004). Ant colony optimization techniques for the vehicle routing problem, *Advanced Engineering Informatics* 18: 41-48.
8. Dorigo M, Birattari M, Stutzle T (2006). Ant Colony Optimization, *Artificial Ants as a Computational Intelligence Technique*, *IEEE Computational Intelligence Magazine*: 28-39.
9. Dorigo M, Blum C (2005). Ant colony optimization theory: A survey. *Theoretical Computer Science* 344: 243-278.
10. Dorigo M, Bonabeau E, Theraulaz G (2000). Ant algorithms and stigmergy, *Future Generation Computer Systems* 16: 851-871.

11. Laporte G, Louveaux F, Mercure H (1989). Models and exact solutions for a class of stochastic location-routing problems, *European Journal of Operational Research* 39: 71-78.
12. Laporte- G, Nohert Y (1981). An exact algorithm for minimizing routing and operating costs in depot location. *European Journal of Operational Research* 6: 224-226.
13. Laporte G, Nohert Y, Pelletier P (1983). Hamiltonian location problems. *European Journal of Operational Research* 12: 82-89.
14. Lin C.K.Y, Kwok R.C.W (2006). Multi-objective metaheuristics for a location-routing problem with multiple uses of vehicles on real data and simulated data, *European Journal of Operational Research* 175: 1833-1849.
15. Mazzeo S, Loiseau I (2004). An Ant Colony Algorithm for the Capacitated Vehicle Routing. *Electronic Notes in Discrete Mathematics* 18: 181-186.
16. Melechovsky J, Prins C, Calvo R.C (2005). "A Metaheuristic to Solve a Location-Routing Problem with Non-Linear Costs". *Journal of Heuristics* 11: 375-391.
17. Min H, Jayaraman V, Srivastava R (1998). Combined location-routing problems: A synthesis and future research directions. *European Journal of Operational Research* 108: 1-15.
18. Nagy G, Salhi S (2007). "Location-routing: Issues, models and methods. *European Journal of Operational Research* 177: 649-672.
19. Perl J, Daskin M.S (1984). A unified warehouse location routing Methodology. *Journal of Business Logistics* 5: 92-111.
20. Solar M, Parada V, Urrutia R (2002). A parallel genetic algorithm to solve the set-covering problem. *Computers & Operations Research* 29: 1221-1235.
21. Stützle T, Hoos H. H (2000). MAX-MIN Ant System. *Future Generation Computer Systems* 16: 889-914.

22. Tan K.C, Lee L.H, Ou K (2001). Artificial intelligence heuristics in solving vehicle routing problems with time window constraints. *Engineering Applications of Artificial Intelligence* 14: 825-837.
23. Wu T.H, Low C, Bai J.W (2002). Heuristic solutions to multi-depot location-routing problems. *Computers & Operations Research* 29: 1393-1415.

