Daneshvar (Raftar) Shahed University/ 16th year/ 2009/ No.35

دانشور
رفتار

روشی برای بهبود ناسازگاری فرایند تحلیل سلسله مراتبی

نویسندگان: دکتر مرتضی رحمانی*[1]، دکتر حمید رضا نویدی[2] و مصطفی زمانیان[1]

۱. دانشیار پژوهشی جهاد دانشگاهی
۲. استادیار دانشگاه شاهد
۳. کارشناس ارشد دانشگاه امام حسین (ع)

*E-mail: rahmanimr@yahoo.com

• دریافت مقاله: ۸۴/۹/۱
• ارسال به داوران:
۱) ۸۴/۱۰/۱۰
۲) ۸۴/۱۰/۱۰
۳) ۸۴/۱۰/۱۰
۴) ۸۶/۱/۱۹
• دریافت نظر داوران:
۱) ۸۴/۱۱/۵
۳) ۸۵/۳/۲۹
۴) ۸۶/۳/۲۳
• ارسال برای اصلاحات:
۱) ۸۶/۳/۲۹
• دریافت اصلاحات:
۱) ۸۶/۴/۶
• ارسال به داور نهایی:
۱) ۸۶/۴/۱۸
• دریافت نظر داور نهایی:
۱) ۸۶/۷/۹
• پذیرش مقاله: ۸۶/۸/۶

چکیده

در مقاله حاضر پس از بیان ضروت تصمیم‌گیر علمی، مدل‌های تصمیم‌گیری چند معیاره وهمچنین فرایند تحلیل سلسله مراتبی، از تکنیک‌های تصمیم‌گیر به اجمال معرفی می‌شوند. در ادامه با توجه به اهمیت سازگاری در فرایند تحلیل سلسله مراتبی، الگوریتم حداقل مربعات برای محاسبه بردار اولویت تعمیم یافته و روش ساده ای جهت تشخیص عامل ناسازگاری و اصلاح آن در ماتریس مقایسات زوجی ارائه می‌شود.

واژه‌های کلیدی: تصمیم‌گیر چند معیاره، ناسازگاری، فرایند تحلیل سلسله مراتبی، مقایسات زوجی

نویسنده دوم در تهیه مقاله از حمایت مرکز تحقیقات علوم پایه دانشگاه شاهد برخوردار شده‌است.

Scientific-Research Journal of Shahed University
Sixteenth Year
No. 35
2009
دوماهنامه علمی- پژوهشی دانشگاه شاهد
سال شانزدهم- دوره جدید
شماره ۳۵
تیر ۱۳۸۸

مقدمه

در جوامع ابتدایی، انسان‌ها برای تصمیم‌گیری با گزینه محدود و ساده مواجه بودند، ولی در عصرحاضر به‌دلیل پیشرفت علوم و فناوری، علاوه بر گسترش وتنوع گزینه‌ها، تصمیم‌گیر خطی تبدیل به فرایندی جمعی، پیچیده و غیرخطی شده‌است. از سوی دیگر، وجود محدودیت در منابع فیزیکی، مالی، نیروی انسانی، زمان و از طرفی نیاز به افزایش کارامدی تصمیم، کاهش هزینه‌ها و حداکثرسازی

منافع، و لزوم توجه به معیارها و شاخص‌هایی که فرایند تصمیم گیر را تحت شعاع قرار می‌دهند، بر حساسیت‌ها تصمیم‌گیر را افزوده‌است. همچنین در سطح سازمان‌ها و بنگاه‌های اقتصادی، مدیران با عوامل متعددی در محیط‌های داخلی و خارجی مواجه هستند و هر روز باید تصمیمات مختلفی اتخاذ نمایند. این تصمیمات می‌توانند موجب رشد و موفقیت ویا از دست‌دادن بازار و شکست شوند. لذا لزوم توجه و تحقیق در خصوص مدل‌ها و روش‌ها علمی تصمیم گیر که امروزه به عنوان یکی از مباحث تخصصی در بین مجامع علمی وپیشرفته مطرح است، لازم و ضروری می‌نماید.

به‌طور کلی تصمیم‌گیری، فرایندی را تشریح می‌کند که از طریق آن راه معینی برای حل مسأله انتخاب می‌شود. به عبارت، دیگر تصمیم گیری فرایند انتخاب هدفمند سلسله‌ای از فعالیت‌ها برای رویارویی با یک مسأله یا استفاده از یک فرصت بوده و دارای گام‌های اساسی به شرح ذیل است:

۱. تشخیص و تعریف مسأله یا فرصت،

۲. شناسایی و تجزیه و تحلیل سلسله مراتب اهداف، معیارها و گزینه‌ها،

۳. انتخاب اولویت گزینه‌ها، معیارها و فعالیت‌ها،

۴. اجرای سلسله مراتب فعالیت‌ها برای تحقق اهداف،

۵. ارزیابی نتایج و پیامدها برای بهبود فرایند در صورت تکرار.

چارچوب هر تصمیم را اهداف، معیارها و گزینه‌های آن تصمیم مشخص می‌کنند. در فرایند تصمیم‌گیر گزینه‌ها غالباً ابزاری برای تحقق اهداف و معیارها هستند و لذا بین معیارهای تصمیم‌گیر و گزینه‌ها نیز تعامل دو طرفه‌ای وجود دارد. نکته قابل ذکر در هنگام تعیین گزینه‌های یک تصمیم، توجه به ابداع گزینه‌های جدید است. ذهن تنها منبع برای یافتن گزینه‌هاست. بخشی از گزینه‌ها در ذهن ما وجود دارند و برخی دیگر نیز بر اساس استدلال از دانسته‌های موجود قابل درک هستند. بنابراین، بهره‌گیری از شیوه‌های نظام‌مند و کارامد برای کشف تمام گزینه‌ها ممکن در فرایند تصمیم‌سازی ضروری خواهند بود [۲،۱].

رویکرد کمی به مسأله تصمیم‌گیر

امروزه در علم مدیریت یکی از رایج‌ترین بحث‌ها، موضوع تصمیم‌گیر و چگونگی تبدیل مسائل کیفی به کمی است. چرا که دمیدن روح ریاضیات در کالبد تئوریهای مدیریتی می‌تواند موجب تقویت و نیز افزایش دقت و کارایی تصمیم‌های مدیریتی گردد. لذا برای حداقل کردن خطای تصمیم‌گیر، روش‌ها تصمیم‌گیر مختلفی طراحی شده‌اند که برخی از آن‌ها به حل مسائل تک معیاره و برخی دیگر به حل مسائل با معیارهای چندگانه اشاره دارند. به‌طور کلی می‌توان مدل‌های تصمیم‌گیر چند معیاره را به دو گروه اصلی مدل‌های تصمیم‌گیر چند شاخصه ((Multiple Attribute decision Making (MADM)) و مدل‌ها تصمیم‌گیر چند هدفه (Multiple Objective Decision Making (MODM)) تقسیم‌بندی نمود، که در هر یک از دو گروه فوق امکان حضور متغیرهایی از نوع فازی (Fuzzy Variable) و قطعی (deterministic Variable) وجود دارد [۳].

روش‌های تصمیم‌گیر چند هدفه (MODM)

در این گونه روش‌ها چندین هدف، علی رغم این‌که ممکن است مقیاس سنجش هر هدف با مقیاس سنجش بقیه اهداف متفاوت باشد، به‌طور همزمان جهت بهینه سازی مورد توجه قرار می‌گیرند. به‌عنوان مثال، یک هدف می‌تواند حداکثرسازی سود بر حسب واحد پول و هدف دیگر حداقل‌سازی ساعات نیروی کار باشد. حتی ممکن است این اهداف، مانند هدف افزایش رضایت کارکنان همراه با هدف حداقل‌سازی حقوق و دستمزد، متضاد با هم باشند.

روش‌ها تصمیم‌گیری چند شاخصه(MADM)

این مدل‌ها عموماً مدل‌های انتخابی هستند و تصمیم‌گیر را در اخذ تصمیماتی که منجر به انتخاب یک گزینه از بین چند گزینه می‌شود، یاری می‌کنند. یکی از موضوعات مهم در حین استفاده از مدل‌های چند شاخصه، مسأله انتخاب مدل مناسب چند شاخصه جهت حل مشکل مورد نظر است. در انتخاب مدل چند شاخصه باید به نکاتی همچون نوع اطلاعات موجود درخصوص موضوع مسأله و میزان خبرگی تصمیم‌گیر در استفاده از مدل توجه کرد [۴].

فرایند تحلیل سلسله مراتبی (AHP)

فرایند تحلیل سلسله مراتبی (Analytic Hierarchy Process) اولین بار توسط

توماس.ال.سا (T. L . Satty) در مدرسه بازرگانی وارتون (Wharton School of Business) ارائه شد. این روش به تصمیم‌گیر امکان می‌دهد تا یک مسأله پیچیده را در قالب یک ساختار سلسله‌مراتبی متکی بر روابط بین هدف، معیارها، زیر معیارها و گزینه‌ها مدل‌سازی کنند. همچنین به آن‌ها اجازه می‌دهد تا ملاحظات ذهنی و عینی را با هم ترکیب کرده و در فرایند تصمیم‌گیری لحاظ کنند. فرایند تحلیل سلسله‌مراتبی در واقع ترکیبی از مفاهیم و سازوکارهای موجود، از قبیل ساختاربندی سلسله‌مراتبی، مقایسات زوجی، روش بردارهای ویژه برای به‌دست آوردن وزن‌ها و رعایت سازگاری سیستم است.

در فرایند تحلیل سلسله‌مراتبی با استفاده از روش مقایسات زوجی به کمک مجموعه‌ای، شامل دامنه قضاوت‌ها، وزن‌ها و اولویت‌ها به‌صورت نسبی اندازه‌گیری می‌شوند.

یکی از مسائل مهم و اساسی در این روش، کاهش ناسازگاری مقایسات است. ناسازگاری در فرایند تحلیل سلسله مراتبی می‌تواند ناشی از مقایسات زائد و حشو باشد. یکی از راه‌های غلبه بر این مشکل افزایش سلسله مراتب و کاهش تعداد مقایسات می‌باشد. با این وجود بایستی توجه داشت که افزایش سلسله مراتب، در مجموع، تعداد مقایسات زوجی مورد نیاز را به‌صورت نمایی افزایش داده، و این موضوع سهولت کاربری مدل را به طور محسوسی کاهش می‌دهد. از سوی دیگر، حذف مقایسات زائد موجب سلب اختیار در تصمیم‌گیری کاربر می‌گردد. به همین دلیل باید توجه داشت هدف، حذف ناسازگاری نیست، بلکه رسیدن به نتایج صحیح و واقعی در سطح مطلوبی از ناسازگاری است. با وجود این هیچگاه صحت نتایج نباید فدای سازگاری تصمیم‌گیری شود. مطالعات متعددی درپی یافتن این سؤال اساسی هستند که برای دستیابی به سطح مطلوبی از سازگاری چه تعداد از مقایسات را می‌توان حذف کرد [۵و۶].

ویس و رائو (Weiss & Rao) کاهش تعداد سؤالات با استفاده از روش «طرح بلوک‌های ناکامل متوازن» (Balanced Incomplete Block Design) را جهت مقایسه زیرگروه‌های عوامل در هر سطح توسط تصمیم‌گیر مختلف و تنظیم ماتریس نهایی از ترکیب کلی نتایج حاصل، پیشنهاد می‌کنند. در واقع در این روش از تعداد مقایسات کاسته نمی‌شود، بلکه مقایسه‌ها بین اشخاص مختلف تقسیم می‌شود. در این روش، حق قضاوت کلی برای هر فرد از وی سلب می‌گردد.

هارکر (Harker) روش «مقایسه دو به دویی ناکامل» (Incomplete Pair- Wise Comparison) را پیشنهاد می‌کند. بر اساس این روش، مقایسات زاید با تنظیم سؤالات بر مبنای کاهش ارزش اطلاعاتی آن‌ها در هر گروه حذف می‌شوند و فرایند مقایسات تا جایی که ارزش افزوده سؤالات از سطح معینی کم‌تر نباشد ادامه یافته، و پس از آن متوقف می‌شود. مشکل اساسی این روش نیز در این است که قابل استفاده در تصمیم‌گیری‌های گروهی به خصوص زمانی که از پرسشنامه استفاده می‌شود، نیست، زیرا برای اجرای این روش لازم است که سؤال‌کننده و پاسخ‌دهنده مشترکاً فرایند مقایسات را دنبال کنند که این امر در شرایط غیرحضوری امکان ندارد [۷].

روش حداقل مربعات در محاسبه اولویت‌ها

در این بخش، تعمیم جدیدی از روش حداقل مربعات برای یافتن اولویت گزینه‌ها در یک ماتریس مقایسات به‌جای روش‌های متداول، مانند بردار ویژه، حداقل مربعات و یا روش حداقل مربعات لگاریتمی[۸] ارائه شده‌است. با توجه به ماتریس مقایسات زوجی $A=(a_{ij})$ که درآن $a_{ji}=1/a_{ij}$ و $a_{ij}\in\{\frac{1}{9},\frac{1}{8},\cdots 1,2,\cdots,9\}$، انتظارمطلوب از بردار اولویت گزینه‌ها یعنی $(w_1,w_2,\cdots,w_n)$ این است که

$$\forall i,j:\quad w_i/w_j=a_{ij}\Leftrightarrow\quad w_i-w_ja_{ij}=0 \tag{۱}$$

ولی به دلیل وجود خطا در عبارت $w_i-w_ja_{ij}$ می‌توان با هدف حداقل‌سازی مجموع مربع خطاها مقادیر بهینه w_i را محاسبه کرد:

$$e(w,a_{ij})=\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=i+1}^{n}(w_i-w_ja_{ij})^2 \tag{۲}$$

و یا با توجه به فرض $a_{ii}=\frac{w_i}{w_i}$:

$$e(w,a_{ij})=\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=i+1}^{n}(w_i-w_ja_{ij})^2=\sum_{j=2}^{n}\sum_{i=1}^{j-1}(w_i-w_ja_{ij})^2$$
$$=\sum_{\substack{i=1\\ i\neq k}}^{n}\sum_{\substack{j=i+1\\ j\neq k}}^{n}(w_i-w_ja_{ij})^2+\sum_{i=1}^{k-1}(w_i-w_ka_{ik})^2+\sum_{j=k+1}^{n}(w_k-w_ja_{kj})^2$$

Daneshvar (Raftar) Shahed University/ 16th year/ 2009/ No.35

دوماهنامه علمی - پژوهشی دانشور رفتار/ دانشگاه شاهد/تیر ۸۸/ سال شانزدهم/ شماره ۳۵

با فرض این‌که w_i ها مجهولات عبارت فوق باشند، یافتن نقطه حداقل از طریق حل دستگاه همگن زیر ممکن خواهد بود:

$$\frac{\partial e(w, a_{ij})}{\partial w_k} = 0 \quad k = 1,2,\dots,n \qquad ۳$$

و یا

$$-\sum_{i=1}^{k-1} a_{ik}(w_i - w_k a_{ik}) + \sum_{j=k+1}^{n} (w_k - w_j a_{kj}) =$$

$$-\sum_{i=1}^{k-1} a_{ik} w_i + (\sum_{i=1}^{k-1} a_{ik}^2 + n - k) w_k - \sum_{j=k+1}^{n} a_{kj} w_j = 0 \qquad k = 1,2,\dots,n$$

برای اجتناب از جواب بدیهی کافی است شرط $\sum_{i=1}^{n} w_i = 1$ را به معادلات فوق اضافه کنیم. به این ترتیب دستگاه زیر حاصل می‌شود:

$$B_{(n+1)n} w = b$$

که در آن:

۴

$$b_{kj} = \begin{cases} -a_{jk} & 1 \le j < k \\ \sum_{i=1}^{k-1} a_{ik}^2 + n - k & j = k \\ -a_{kj} & k < j \le n \end{cases} \qquad \begin{matrix} j = 1,2,\dots, n \\ k = 1,2,\dots, n \end{matrix}$$

$$b_{n+!,j} = 1 \quad j = 1,2,\dots, n \qquad b = [0,0,\dots,0,1]^T$$

حال برای یافتن جواب دستگاه فوق، دستگاه حداقل مربعات زیر را حل می‌کنیم:

$$B^T B w = B^T b$$

مثال۱: ماتریس مقایسات زوجی زیر را در نظر می‌گیریم:

$$A = \begin{pmatrix} 1.000 & 0.167 & 0.333 & 0.125 & 5.000 \\ 6.000 & 1.000 & 2.000 & 1.000 & 8.000 \\ 3.000 & 0.500 & 1.000 & 0.500 & 5.000 \\ 8.000 & 1.000 & 2.000 & 1.000 & 5.000 \\ 0.200 & 0.125 & 0.200 & 0.200 & 1.000 \end{pmatrix}$$

این مثال در[۸] دارای بردار اولویت $v' = (0.055 \;\; 0.363 \;\; 0.201 \;\; 0.332 \;\; 0.049)$ است. با روش فوق برای بردار اولویت داریم: $v = (0.108 \;\; 0.429 \;\; 0.215 \;\; 0.351 \;\; 0.049)$ که هر دو بیانگر اولویت یکسان برای گزینه‌ها هستند.

تشخیص ناسازگاری موضعی در ماتریس مقایسات زوجی

هنگامی که دو گزینه با هم مقایسه می‌شوند به‌راحتی می‌توان وزن نسبی این عناصر را نسبت به یکدیگر تشخیص داد. به‌عنوان مثال هرگاه شخصی ارجحیت عنصر A را بر عنصر B، k برابر بداند، ناخود آگاه ارجحیت نسبی عنصر B بر عنصر A، $\frac{1}{k}$ خواهد بود و تقریباً می‌توان گفت همه افراد در مقایسه دو عنصر چنین ترتیبی را رعایت می‌کنند. اما مشکل زمانی ایجاد می‌شود که تعداد عناصر مقایسه شونده بیش از دو عنصر باشند. به‌طور مثال زمانی که می‌خواهیم سه عنصر A و B و C را به‌صورت زوجی با یکدیگر مقایسه کنیم، ابتدا عنصر A را با عنصر B، سپس عنصر B را با عنصر C و در نهایت عنصر A را با عنصر C مقایسه می‌کنیم. فرض کنید وزن نسبی به‌دست آمده در این مقایسات به ترتیب k_1، k_2، k_3 باشد. بطور منطقی باید رابطه زیر بین وزن‌های به‌دست آمده برقرار باشد: $k_3 = k_1 k_2$

اما طبیعی است که در تصمیم‌گیری روزمره همیشه چنین خاصیتی برقرار نیست و این مسأله موجب بروز خطا در تصمیم‌گیری می‌گردد. هنگامی‌که تعداد گزینه‌های مورد سنجش بیش‌تر شود، این خطا نیز بالاتر می‌رود. در رابطه با میزان خطا، توماس ساعتی عاملی را تحت عنوان نرخ ناسازگاری به صورت زیر تعریف کرده‌است:

$$C.R. = \frac{\lambda_{\max} - n}{n - 1}$$

حال این سؤال مطرح می‌شود که چگونه می‌توان مقایساتی راکه باعث افزایش این نرخ می‌شوند شناسایی کرد؟ در ادامه ضمن ارائه روشی برای کاهش این نرخ، نتایج در مورد مثال‌هایی از [۹ و۱۰] مقایسه شده‌اند. فرض کنید برای مقایسه n گزینه، ماتریس مقایسات زوجی زیر حاصل شده‌است.

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & \cdots & a_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & \cdots & a_{nn} \end{bmatrix}$$

بدیهی است با توجه به رابطه $a_{ij} = \frac{1}{a_{ji}}, a_{ii} = 1$ ماتریس A یک ماتریس مثبت معکوس (Reciprocal positive matrix) است، و تنها کافی است اطلات مربوط به عناصر بالای قطر اصلی نگهداری شود:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & a_{12} \cdots & a_{1n} \\ & \ddots & \vdots \\ & & a_{n-1,n} \\ & & 1 \end{bmatrix}$$

واضح است که a_{ij} ارجحیت گزینه i را به گزینه j نشان می‌دهد. حال تفاضل $a_{ik} a_{kj} - a_{ij}$ را به ازای تمام kهای بین i و j محاسبه می‌کنیم. هرگاه:

$$\forall i < k < j \quad a_{ik}a_{kj} - a_{ij} = 0$$

آنگاه می‌توان گفت خاصیت تعدی یا سازگاری در بین عناصر i، j و k رعایت شده‌است. در غیر این‌صورت قرار می‌دهیم:

$$e_{ij} = na_{ij} - \sum_{k=1}^{n} a_{ik}a_{kj} \qquad ۵$$

واضح است که

$$E = (e_{ij}) = nA - A^2 = (nI - A)A$$

با محاسبه e_{ij} به ازای تمام درایه‌های ماتریس مقایسات زوجی، می‌توان ماتریس خطای مفایسات زوجی را به‌دست آورد. طبق محاسبات فوق، قطراصلی برابر صفر است و بقیه عناصر با توجه به روابط فوق محاسبه می‌گردند. در نهایت می‌توان بیش‌ترین خطای ماتریس مقایسات زوجی را طبق فرمول زیر محاسبه کرد:

$$\left|e_{ij}e_{ji}\right| = \max_{lk}\left|e_{lk}e_{kl}\right|$$

به این ترتیب، صحت مقایسه زوجی گزینه iام نسبت به گزینه j ام مورد بیش‌ترین تردید خواهد بود.

الگوریتم اصلاح خطا

پس از تعیین مؤلفه a_{ij}، با توجه به بیش‌ترین مقدار (از نظر قدر مطلق) از ماتریس خطای مقایسات زوجی، برای اصلاح می‌توان به دوصورت زیر عمل کرد :

۱: مقایسه زوجی مورد تردید، یعنی (i, j) مجددا مورد پرسش قرار گیرد[۹].

۲: و یا به‌صورت تحلیلی و غیرمستقیم با استفاده از اطلاعات مقایسات زوجی گزینه iام و j ام با دیگر گزینه‌ها، جایگزین مناسب انتخاب گردد. در مقاله حاضر این جایگزین به‌صورت زیر پیشنهاد می‌گردد:

$$\tilde{a}_{ij} = \frac{1}{m}\sum_{\substack{k=1 \\ k \neq i,j}}^{n} \frac{a_{ik}}{a_{jk}} \chi_{[\frac{1}{9},9]}\left(\frac{a_{ik}}{a_{jk}}\right) \qquad ۶$$

که در آن $m = \sum_{\substack{k=1 \\ k\neq i,j}}^{n} \chi_{[\frac{1}{9},9]}\left(\frac{a_{ik}}{a_{jk}}\right)$ و تابع $\chi_A(a)$ معروف به تابع مشخصه مجموعه A به‌صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\chi_A(a) = \begin{cases} 1 & a \in A \\ 0 & a \notin A \end{cases}.$$

مثال ۲: ماتریس مقایسات زوجی زیر را در نظر می‌گیریم. این ماتریس در[۹]مورد بررسی قرارگرفته است.

$$A = \begin{pmatrix} 1.000 & 5.000 & 3.000 & 7.000 & 6.000 & 6.000 & 0.333 & 0.250 \\ 0.200 & 1.000 & 0.333 & 5.000 & 3.000 & 3.000 & 0.200 & 0.143 \\ 0.333 & 3.000 & 1.000 & 6.000 & 3.000 & 4.000 & \mathbf{6.000} & 0.200 \\ 0.143 & 0.200 & 0.167 & 1.000 & 0.333 & 0.250 & 0.143 & 0.125 \\ 0.167 & 0.333 & 0.333 & 3.000 & 1.000 & 0.500 & 0.200 & 0.167 \\ 0.167 & 0.333 & 0.250 & 4.000 & 2.000 & 1.000 & 0.200 & 0.167 \\ 3.000 & 5.000 & 0.167 & 7.000 & 5.000 & 5.000 & 1.000 & 0.500 \\ 4.000 & 7.000 & 5.000 & 8.000 & 6.000 & 6.000 & 2.000 & 1.000 \end{pmatrix}$$

بردار اولویت ماتریس قبل از اصلاح عبارت است از $w_8 > w_3 > w_1 > w_7 > w_2 > w_6 > w_5 > w_4$، مقدار ویژه $\lambda_{\max} = 9.669$ و نرخ ناسازگاری آن برابراست با $C.R. = 0.17$. به کمک روش ارائه شده در [۹] که دارای ساختاری متفاوت از روش مقاله حاضر است، زوج $(3,7)$ و مقدار اصلاح شده برابر $a_{37} = .5$، مقدار ویژه برابر $\lambda_{\max} = 8.811$، مقدار ناسازگاری برابر با $C.R. = 0.083$ و بردار اولویت عبارت است از: $w_8 > w_7 > w_1 > w_3 > w_2 > w_6 > w_5 > w_4$.

در روش ارائه شده در این مقاله، بردار اولویت عبارت است از:

$$w = (0.16327 0.03990 0.08240 0.01738 0.02692 0.02557 0.02872 1.00000)$$

و یا $w_8 > w_1 > w_3 > w_7 > w_5 > w_6 > w_4$.

ماتریس خطای مقایسات زوجی عبارت است از:

$$E = \begin{pmatrix} 0.000 & 12.183 & 10.361 & -47.333 & -5.500 & 1.083 & -20.900 & -2.856 \\ -1.797 & 0.000 & -1.931 & 3.057 & 6.276 & 10.860 & -3.067 & -0.985 \\ -19.424 & -18.600 & 0.000 & -49.933 & -34.200 & -21.200 & 32.632 & -4.229 \\ -0.264 & -1.798 & -0.318 & 0.000 & -1.921 & -2.255 & -0.597 & -0.484 \\ -0.956 & -2.767 & -0.103 & 8.433 & 0.000 & -3.083 & -1.784 & 0.286 \\ -1.321 & -3.217 & -1.311 & 10.933 & 5.917 & 0.000 & -1.727 & -0.073 \\ 12.278 & 6.267 & -16.250 & -44.000 & -18.833 & -10.917 & 0.000 & -1.039 \\ 11.790 & -8.600 & 10.500 & -101.000 & -48.667 & -44.000 & -24.276 & 0.000 \end{pmatrix}$$

با توجه به ماتریس خطای مقایسات در روش ارائه شده، بیش‌ترین مقدار $\left|e_{ij}e_{ji}\right|$ به ازای زوج $(3,7)$ رخ می‌دهد و مقدار محاسبه شده توسط رابطه (۶) برابر است با $\tilde{a}_{37} = 0.56137$. پس از اصلاح، ماتریس حداقل مربعات برابر است با:

$$B = \begin{pmatrix} 7.000 & -5.000 & -3.000 & -7.000 & -6.000 & -6.000 & -0.333 & -0.250 \\ -5.000 & 31.000 & -0.333 & -5.000 & -3.000 & -3.000 & -0.200 & -0.143 \\ -3.000 & -0.333 & 14.111 & -6.000 & -3.000 & -4.000 & -0.561 & -0.200 \\ -7.000 & -5.000 & -6.000 & 114.000 & -0.333 & -0.250 & -0.143 & -0.125 \\ -6.000 & -3.000 & -3.000 & -0.333 & 57.111 & -0.500 & -0.200 & -0.167 \\ -6.000 & -3.000 & -4.000 & -0.250 & -0.500 & 63.312 & -0.200 & -0.167 \\ -0.333 & -0.200 & -0.561 & -0.143 & -0.200 & -0.200 & 1.567 & -0.500 \\ -0.250 & -0.143 & -0.200 & -0.125 & -0.167 & -0.167 & -0.500 & 0.444 \end{pmatrix}$$

بردار اولویت حاصل از روش برابر است با:

W=(0.23223 0.057120 0.11059 0.02441 0.03808 0.03608 0.42717 1.00000)

وبه این ترتیب بردار اولویت گزینه‌ها برابر است با

$$w_8 > w_7 > w_1 > w_3 > w_2 > w_5 > w_6 > w_4.$$

Daneshvar (Raftar) Shahed University/ 16th year/ 2009/ No.35

دوماهنامه علمی- پژوهشی دانشور رفتار/ دانشگاه شاهد/تیر۸۸/ سال شانزدهم/ شماره ۳۵

Daneshvar (Raftar) Shahed University/ 16th year/ 2009/ No.35

از آنجایی که ماتریس اصلاح شده با ماتریس اصلاح شده [۹] برابر است، لذا مقدار ویژه ونرخ ناسازگاری مثال فوق با مثال[۹] یکسان است. با ادامه فرایند در مرحله بعد، بیش‌ترین مقدار $\left|e_{ij}e_{ji}\right|$ به ازای زوج $(1,7)$ رخ می‌دهد و مقدار محاسبه شده توسط رابطه (۶) برابر است با $\tilde{a}_{17} = 1.067$. بردار اولویت حاصل از روش ارائه شده برابر خواهد بود با:

W=(0.31303 0.07306 0.13213 0.03118 0.04847 0.04579 0.37097 1.00000)

و به این ترتیب بردار اولویت گزینه‌ها برابر است با:
$w_8 > w_7 > w_1 > w_3 > w_2 > w_5 > w_6 > w_4$.

علاوه بر این، مقدار ویژه به مقدار $\lambda_{\max} = 8.694$ و نرخ ناسازگاری به مقدار $C.R. = 0.071$ تقلیل می‌یابد. جابه‌جایی مکان w_4, w_5 در دو روش متفاوت به‌خاطر نزدیکی مقدار دو اولویت به یکدیگر و نوع روش‌ها است.

مثال۳ : ماتریس مقایسات زوجی زیر را در نظر می‌گیریم. این ماتریس در [۱۰] مورد بررسی قرارگرفته‌است.

$$A = \begin{pmatrix} 1.000 & 1.000 & 1.000 & 4.000 & 1.000 & 0.500 \\ 1.000 & 1.000 & 2.000 & 4.000 & 1.000 & 0.500 \\ 1.000 & 0.500 & 1.000 & 5.000 & 0.917 & 0.500 \\ 0.250 & 0.250 & 0.200 & 1.000 & 0.333 & 0.333 \\ 1.000 & 1.000 & 1.091 & 3.000 & 1.000 & 1.000 \\ 2.000 & 2.000 & 2.000 & 3.000 & 1.000 & 1.000 \end{pmatrix}$$

$\lambda_{\max} = 6.4203442$ و نرخ ناسازگاری آن برابر $C.R. = 0.084$ است. با توجه به ماتریس خطای مقایسات در روش ارائه شده، بیش‌ترین مقدار $\left|e_{ij}e_{ji}\right|$ به ازای زوج $(3,5)$ رخ می‌دهد و مقدار محاسبه شده توسط رابطه (۶) برابر است با $\tilde{a}_{35} = 0.917$. پس از اصلاح، $\lambda_{\max} = 6.2133461$ و نرخ ناسازگاری آن برابر است با $C.R. = 0.0426$. با ادامه فرایند در مرحله بعد زوج $(4,6)$ با مقدار $\tilde{a}_{46} = 0.171$ انتخاب می‌شود. پس از اصلاح، $\lambda_{\max} = 6.1415838$ و نرخ ناسازگاری آن به $C.R. = 0.0283167$ کاهش می‌یابد. بردار اولویت این مرحله عبارت است از:

w=0.53356 0.60528 0.43031 0.12025 0.65119 1.00000)

و به این ترتیب، اولویت گزینه‌ها برابر است با $w_6 > w_5 > w_2 > w_1 > w_3 > w_4$. این نتیجه با توجه به پیچیدگی محاسبات [۱۰] قابل توجه است.

نتیجه‌گیری

لزوم شناخت و تحقیق در مورد مدل‌ها و روش‌های علمی تصمیم‌گیر بر کسی پوشیده نیست. از جمله روش‌های مطرح، فرایند تحلیل سلسله‌مراتبی AHP به عنوان شیوه‌ای نظامند وکارامد در اولویت‌بندی گزینه‌های مختلف تصمیم‌گیر از سطح مفهومی تا سطح عملیاتی بر مبنای مقایسات زوجی است. از عوامل مهم تأثیرگذار بر تصمیم‌گیر، ناسازگاری مقایسات زوجی است. محاسبه این عامل به عنوان ضریب اطمینان در انتخاب اولویت‌ها، بسیار مهم و ضروری است. در مقاله حاضر با استفاده از حداقل‌سازی مجموع مربع خطای مقایسات و به‌کارگیری روابط حاکم بر ساختار ماتریس مقایسه‌ای، ماتریس خطای مقایسات محاسبه شده و با معرفی معیاری جدید در تعیین مؤلفه‌ای که عامل بیش‌ترین ناسازگاری است وهمچنین معرفی رابطه‌ای در تعیین مقدار جایگزین، روش ارائه شده با روش [۹] مقایسه گردیده است.

منابع

۱. آذر، عادل، (۱۳۸۱) تصمیم‌گیری کاربردی، انتشارات نگاه دانش.

۲. رالف ال.کینی، (۱۳۸۱) تفکر ارزشی، ترجمه وحیدی مطلق،انتشارات کرانه علم.

۳. ساعتی، صابر، معماریانی، عزیزالله، محرابیان، سعید، (۱۳۸۳) روشی برای دسته بندی و الویت بندی فازی بر اساس کارایی، پنجمین کنفرانس سیستم‌های فازی ایران، دانشگاه امام حسین.

۴. اصغرپور، محمد جواد، (۱۳۸۱) تصمیم‌گیری‌های چند معیاره، انتشارات دانشگاه تهران.

۵. قدسی پور ،حسن، (۱۳۷۹) فرایند تحلیل سلسله مراتبی، انتشارات دانشگاه امیر کبیر.

۶. مشیری، اسماعیل، (۱۳۸۰) مدل تعدیل شده **AHP** برای نظرسنجی و تصمیم‌گیری گروهی، فصلنامه دانش مدیریت، دانشکده مدیریت دانشگاه تهران، سال چهاردهم، شماره ۲.

7. Obata T. and Shiraishi S. (1999) Assessment for an Incomplete Comparison Matrix and Improvement of an Inconsistent Comparison, Computational Experiments, ISAHP 1999. Kobe, Japan. PP 12-14.

8. Saaty T. l. and Vargas l. g. (1984) Comparison of eigenvalue, logarithmic least squares and least squares methods in estimation ratios, Mathematical modeling, vol 5. pp 309-324.

9. Saaty T. L. (2003) Decision making with the Ahp: why is the principal eigenvector necessary, European journal of operation research, 145,pp 85-91.

10. Genest C. and Zhang S. S. (1996) A Graphical Analysis of Ratio- Scaled Paired Comparison Data, Management Science ,Vol. 42, No. 3.