

ارائه مدلی در تحلیل پوششی داده‌ها برای بدست آوردن وزن‌های مشترک با استفاده از منطق فازی

* مقصود امیری

** امیر علیمی

*** سیدحسین ابطحی

چکیده

مدل تحلیل پوششی داده‌ها مدلی برای محاسبه کارایی واحدهای تصمیم‌گیری است. در مدل‌های قبلی ارائه شده ضعف‌هایی وجود دارد که مهم‌ترین آنها تغییر وزن ورودی‌ها و خروجی‌ها در مدل است که باعث می‌شود کارایی واحدهای تصمیم‌گیری با وزن‌های مختلف سنجیده شوند. مسئله مهم این است که چگونه کلیه واحدهای تصمیم‌گیری با یک وزن سنجیده شوند و همزمان کارایی آنها بهینه شود.

* استادیار دانشکده مدیریت و حسابداری دانشگاه علامه طباطبائی Mg-amiri@yahoo.com

** دانشجوی کارشناسی ارشد مهندسی مالی دانشگاه رجاء قزوین

*** استاد دانشکده مدیریت و حسابداری دانشگاه علامه طباطبائی

تاریخ پذیرش: ۸۸/۱۱/۱۴

تاریخ دریافت: ۸۸/۸/۱

در این پژوهش سعی شده است با ارائه مدلی جدید، نقاط ضعف مدل‌های گذشته برطرف شود. مدل ارائه شده بر مبنای مدل‌های تصمیم‌گیری چند هدفه طراحی شده است که این مدل با روش حل مسائل چند هدفه به کمک تئوری فازی حل شده و منجر به ایجاد وزن‌های مشترک می‌شود. با بهره‌گیری از این مدل هدف اصلی تحقیق یعنی رتبه بندی بهتر واحدهای تصمیم‌گیری نسبت به مدل‌های پایه محقق شده که این موضوع با حل مدل روی یک مثال عددی نشان داده شده است. واژگان کلیدی: تحلیل پوششی داده‌ها، تصمیم‌گیری چند هدفه، منطق فازی، واحدهای تصمیم‌گیری، کارایی.

مقدمه

سنجش کارایی واحدهای تصمیم‌گیری در طول سالیان گذشته همیشه مورد توجه بوده است. اغلب سازمان‌ها درصددند تا واحدهای خود را با شاخص‌های مشخص با یکدیگر قیاس کنند. مدل تحلیل پوششی داده‌ها یکی از راه‌های سنجش کارایی واحدهای تصمیم‌گیری است. مدل تحلیل پوششی داده‌ها در سالیان اخیر با ورود به حوزه‌های مختلف گسترش زیادی یافته است. بطور مثال در حوزه کیفیت، گارسیا و همکارانش [۶] در مورد تجزیه و تحلیل نرخ شکست و راماناتان و یان فنگ [۱۴] در مورد گسترش کارکرد کیفیت از این مدل استفاده کرده‌اند. در حوزه تصمیم‌گیری، یان و همکاران [۱۸] از ترکیب این مدل با مسائل تصمیم‌گیری چند معیاره و ارتی و همکاران [۳] از ترکیب این مدل با فرآیند تحلیل سلسله مراتبی استفاده کرده‌اند. در مورد ارزیابی عملکرد نهادهای مختلف که کاربرد اصلی این مدل است نیز تحقیقات عملی و پژوهش‌های بسیاری صورت گرفته است: برای نمونه منندهار و تانگ [۱۳] در مورد سنجش کارایی شعب بانک، ویتنر و همکاران (۲۰۰۶) در مورد سنجش کارایی پروژه‌های مختلف، هوانگ و چانگ (۲۰۰۳) در

-
- 1- Data Envelopment Analysis (DEA)
 - 2- Failure Mode and Effects Analysis (FMEA)
 - 3- Quality Function Deployment (QFD)
 - 4- Analytic Hierarchy Process (AHP)
 - 5- Hwang, S.N., Chang, T.Y

مورد سنجش کارایی هتل‌ها، شت و همکاران [۱۶] در مورد ارزیابی عملکرد مسیرهای اتوبوس و فاندل [۷] در مورد سنجش کارایی دانشگاه‌ها پژوهش‌هایی را انجام داده‌اند.

مدل تحلیل پوششی داده‌ها به شکل مورد بحث امروزی نخستین بار توسط چارلز و همکاران [۱] تحت عنوان مدل CCR مطرح شد. تا پیش از این زمان برای ارزیابی عملکرد و سنجش کارایی از مدل‌های کسری (مانند مدل فارل [۴] استفاده می‌شد که همگی نتیجه‌ای از رابطه زیر بود:

مجموع وزنی ورودی‌ها / مجموع وزنی خروجی‌ها = کارایی

در این سال دانشمندان مذکور با اعمال تغییراتی در مدل‌های قبلی، مدل‌های کسری را به شکل مدل‌های برنامه‌ریزی خطی تبدیل کردند. از آنجایی که راه‌حل‌ها و نرم افزارهای گوناگونی برای حل مدل‌های برنامه‌ریزی خطی وجود دارد، استفاده از مدل‌های CCR به سرعت گسترش یافت. در مدل‌های پایه CCR چند ورودی و چند خروجی فرض شده و مدل به صورت تک هدفه نوشته می‌شود. دو شکل عمده ورودی گرا و خروجی گرا برای این مدل وجود دارد. مدل‌های ورودی گرا با فرض ثابت بودن ورودی واحد تصمیم‌گیری مورد نظر، به دنبال بیشینه کردن خروجی این واحد هستند و مدل‌های خروجی گرا با ثابت فرض کردن خروجی واحد تصمیم‌گیری مورد نظر به دنبال کمینه کردن ورودی این واحد می‌باشند. نکته قابل ذکر آنکه برای کلیه واحدهای تصمیم‌گیری باید مدل را مجدداً با اعمال تغییرات مورد نظر بازنویسی کرد. با انجام این کار، ایراد همیشه مطرح مدل تحلیل پوششی داده‌ها به وجود می‌آید که تغییر وزن هر ورودی و هر خروجی در هر بار نوشتن مدل است. این سوال پیش می‌آید که از میان وزن‌های مختلف موجود (که به تعداد واحدهای تصمیم‌گیری هستند) کدام وزن مناسب‌تر است؟ و یا اگر هدف مقایسه کارایی واحدهای تصمیم‌گیری با یک وزن برای هر ورودی و خروجی باشد، کدام وزن‌ها مناسب‌تر خواهند بود؟ به دلیل وجود این مشکلات و قادر نبودن مدل‌های

1- Sheth,C., Triantis,K., Teodorovic,D

2- Gunter Fandel

3- Decision Making Unit

پایه به پاسخگویی آنها، مسئله محاسبه وزن‌های مشترک در سالیان اخیر مورد توجه قرار گرفته است.

ایده وزن‌های مشترک برای اولین بار توسط کوک و همکاران [۲] مطرح و سپس توسط رول و همکاران [۱۵] تکمیل شد. پس از آن نیز تاکنون دانشمندان زیادی برای بدست آوردن وزن‌های مشترک به روش‌های گوناگون و ایجاد تغییرات در مدل‌های پایه اقدام کرده‌اند. جهان‌شاهلو و همکاران [۹] با نوشتن نوعی مدل چند هدفه به شکل ماکسی مین و حل آن وزن‌های مشترک را بدست آورده و رتبه‌بندی را انجام داده‌اند. فرانکلین لیو و هائو پنگ [۵] به کمک خط محک سطح الگوبرداری مشترک با شیب ۱ و تعیین فاصله هر نقطه تا این خط مفروض این کار را انجام داده است. ماکویی و همکاران (۲۰۰۸) نیز با استفاده از مدل برنامه‌ریزی آرمانی وزن‌های مشترک را به دست آورده‌اند.

در این پژوهش در بخش ۲ مدل پایه تحلیل پوششی داده‌ها ارائه و عوامل آن مشخص می‌شوند. در بخش ۳ چگونگی حل مسائل چند هدفه به کمک تئوری فازی شرح داده می‌شود. در بخش ۴ مدل پیشنهادی ارائه و روش حل آن بررسی می‌شود. با ارائه این مدل چند هدفه، علاوه بر تعیین وزن‌های مشترک می‌توان کارایی واحدهای تصمیم‌گیری را با هم به حالت بهینه خود نزدیک کرد. در بخش ۵ یک مثال عددی بررسی و از نظر هم بستگی با روش‌های قبلی مقایسه می‌شود.

تحلیل پوششی داده‌ها

تحلیل پوششی داده‌ها یک مدل ریاضی است که کارایی مجموعه‌ای از واحدهای تصمیم‌گیری با چند ورودی و چند خروجی را اندازه‌گیری می‌کند. مدل پایه تحلیل پوششی داده‌ها به شکل قابل حل توسط روش‌های برنامه‌ریزی خطی، نخستین بار توسط چارنر و همکاران [۱] به صورت زیر ارائه شد که به مدل CCR معروف است:

$$\begin{aligned} \max \sum_{r=1}^s u_r y_r. & \quad (1) \\ \sum_{i=1}^m v_i x_{ij} &= 1 \\ \sum_{r=1}^s u_r y_{rj} - \sum_{i=1}^m v_i x_{ij} &\leq 0, \quad j=1,2,\dots,n \\ u_r \geq 0, v_i \geq 0 & \quad r=1,2,\dots,s, i=1,2,\dots,m \end{aligned}$$

در مدل (۱)، v_i وزن خروجی i ام، u_r وزن ورودی r ام، n تعداد واحدهای تصمیم گیری، x_{ij} مقدار خروجی i ام در واحد تصمیم گیری j ام و y_{rj} مقدار ورودی r ام در واحد تصمیم گیری j ام است. لازم به ذکر است که این مدل یک مدل ورودی گرا بوده و برای واحد تصمیم گیری 0 نوشته شده است. این مدل باید برای واحدهای دیگر هم نوشته شود که تنها تابع هدف و محدودیت اول آن تغییر می کند. با حل این مدل ها در نرم افزارهای برنامه ریزی خطی، کارایی واحدهای تصمیم گیری بدست می آید. اگر کارایی یکی از واحدها عدد 1 باشد، این واحد کارا در نظر گرفته می شود.

حل مسائل چند هدفه به کمک تئوری فازی

تصمیم گیری چند هدفه یکی از شاخه های تصمیم گیری چند معیاره است. مسائل تصمیم گیری چند هدفه همزمان به دنبال بهینه کردن چندین هدف با وجود محدودیت های مختلف می باشند. شکل کلی این گونه مسائل به صورت زیر است:

$$\begin{aligned} \text{Max} f(x) &= Cx & (2) \\ \text{S.T.} & \\ Ax &\leq b \\ x &\geq 0 \end{aligned}$$

در مدل (۲)، C یک ماتریس با ابعاد $k \times n$ از اهداف و A یک ماتریس $m \times n$ از ضرایب متغیرها در محدودیت ها است و b بردار ضرایب سمت راست محدودیت ها و x بردار متغیرهای تصمیم هستند. در مسائل یک هدفه، محدودیت ها همگی در جهتی حرکت می کنند تا تابع هدف را بهینه سازند اما در مسائل چند هدفه هر یک از توابع هدف در صدد هستند تا محدودیت ها را به جهت دلخواه خود حرکت دهند

و این تضاد سر منشا مشکلات حل مسائل چند هدفه است. برای مثال، هنگامی که هدف تنها حداکثر کردن سود باشد، محدودیت‌ها در جهت حداکثر کردن متغیرهای تصمیم پیش می‌روند اما زمانی که هدف حداقل کردن هزینه نیز اضافه شود تضاد پیش می‌آید. مسائل چند هدفه همواره به دنبال بهترین جوابی هستند که هر یک از اهداف تا حد ممکن برآورده شوند، اما بهینگی همزمان کلیه اهداف امری غیر ممکن به نظر می‌رسد. برای حل مسائل چند هدفه راه حل‌های بسیاری ارائه شده است که از میان آنها حل فازی مسائل چند هدفه در ادامه تشریح می‌شود.

فرض کنید مدل (۲) به صورت زیر بازنویسی شود (کهرمان (۲۰۰۸):

$$\text{Max } \tilde{f}(x) = \tilde{C}x \quad (۳)$$

S.T.

$$\tilde{A}x \leq \tilde{b}$$

$$x \geq 0$$

در مدل (۳)، ضرایب به صورت فازی نوشته شده‌اند. لازم به ذکر است چنانچه ضرایب قطعی باشند نیز خللی در کار ایجاد نمی‌شود، زیرا اعداد قطعی زیر مجموعه‌ای از اعداد فازی هستند. ممکن است توابع هدف و تمام ضرایب قطعی باشند که با بسط مدل، فازی کردن آنها شرح داده می‌شود. مسئله‌ای با دو تابع هدف ۱ و ۲ را به صورت زیر در نظر بگیرید:

$$\text{Max } f_1(x) = C_1x \quad (۴)$$

$$\text{Max } f_2(x) = C_2x$$

S.T.

$$A_1x \leq b_1$$

$$A_2x \leq b_2$$

$$x \geq 0$$

مدل (۴) یک مدل با دو تابع هدف و دو محدودیت است (اگر تعداد توابع هدف

بیشتر باشد نیز روش حل به همین ترتیب است). برای حل مدلی به شکل مدل (۴)، حدود هر یک از توابع هدف محاسبه می شود. بدین منظور هر یک از توابع هدف یک بار به صورت حداکثر سازی و یک بار به صورت حداقل سازی نوشته و با وجود تمامی محدودیت های مسئله حل می شوند. برای مثال، حدود بالا و پائین مدل (۴) می تواند به ترتیب توسط مدل های (۵) و (۶) تعیین شود:

$$Max f_1(x) = C_1 x \quad (5)$$

S.T.

$$A_1 x \leq b_1$$

$$A_2 x \leq b_2$$

$$x \geq 0$$

$$M \inf_1(x) = C_1 x \quad (6)$$

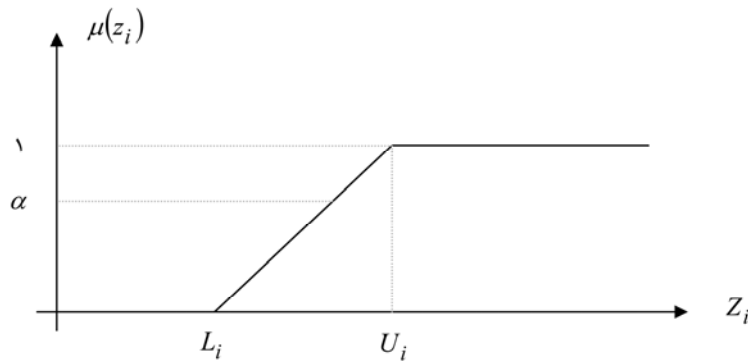
S.T.

$$A_1 x \leq b_1$$

$$A_2 x \leq b_2$$

$$x \geq 0$$

با حل دو مدل یک هدفه (۵) و (۶) حدود تابع هدف اول بدست می آید. برای تابع هدف i ام (برای $i=1$ و 2)، حد بالا را U_i و حد پایین را L_i می نامند. حال تابع عضویت تابع هدف i ام (برای $i=1$ و 2) مطابق شکل ۱ نوشته می شود.



شکل ۱. تابع عضویت تابع هدف i ام (برای $i=1$ و 2)

برای شکل ۱ می توان تابع عضویتی به شکل زیر نوشت:

$$\mu(Z_i) = \begin{cases} 0 & Z_i \leq L_i \\ (Z_i - L_i)/(U_i - L_i) & L_i \leq Z_i \leq U_i \\ 1 & Z_i \geq U_i \end{cases}$$

حال توابع هدف به شکل فازی با تابع عضویت مشخص نوشته شده اند که هر چه به مقدار بهینه خود نزدیکتر شوند، مطلوبیت بیشتری دارند. برای ایجاد تغییرات در مدل، α_i (برای $i=1$ و 2) به صورت درصدی که تابع هدف i به مقدار بهینه خود نزدیک شده است، تعریف می شود. در واقع α_i مقدار کمترین تابع عضویت تابع هدف است.

$$(i=1, 2) \quad \alpha_i = \min(Z_i)$$

$$(i=1, 2) \quad \alpha_i \leq \mu(Z_i)$$

در طول فرآیند حل مسئله سعی می شود تا مقدار α_i به حداکثر مقدار خود برسد. یعنی هر یک از توابع هدف تا حد ممکن به مقدار بهینه خود نزدیک شوند. در نتیجه رابطه بالا به صورت زیر بازنویسی می شود.

$$\begin{aligned}
 & \max \sum_{i=1}^2 w_i \alpha_i & (7) \\
 & S.T. \\
 & \alpha_i \leq (Z_i - L_i) / (U_i - L_i), i = 1, 2 \\
 & A_1 x \leq b_1 \\
 & A_2 x \leq b_2 \\
 & \alpha_i \geq 0 \\
 & x \geq 0
 \end{aligned}$$

در مدل (۷)، w_i وزن اعمال شده برای تابع هدف i ام است که باید مشخص باشد و در غیر این صورت برابر ۱ فرض می شود. حال مدل (۷) به شکلی که در ادامه مورد استفاده قرار می گیرد، می تواند بازنویسی شود:

$$\begin{aligned}
 & \max \sum_{i=1}^2 w_i \alpha_i & (8) \\
 & S.T. \\
 & Z_i \geq U_i - (U_i - L_i) / (1 - \alpha), i = 1, 2 \\
 & A_1 x \leq b_1 \\
 & A_2 x \leq b_2 \\
 & \alpha_i \geq 0, i = 1, 2 \\
 & x \geq 0
 \end{aligned}$$

همان طور که ملاحظه می شود فرم یک مسئله چند هدفه به شکل مسئله ای تک هدفه و دارای جواب بهینه و قابل حل توسط نرم افزارهای برنامه ریزی خطی تبدیل شد اما وجود α_i نشان می دهد توابع هدف همچنان به مقدار بهینه خود نمی رسند و این امر تا حدودی حاصل می گردد.

مدل پیشنهادی

همان طور که ذکر شد پژوهش حاضر به دنبال ارائه مدلی برای مقایسه کارایی واحدهای مختلف است. در مدل های پایه برای هر یک از واحدهای تصمیم گیری به صورت جداگانه کارایی بهینه می شود، اما همان طور که در مدل (۹) مشاهده می شود کارایی کلیه واحدها با یکدیگر سنجیده می شود. با این روش مقایسه کارایی واحدها با یکدیگر امکان پذیر است زیرا همگی با هم در نظر گرفته شده اند. در مدل های

پایه هر یک از واحدهای تصمیم‌گیری با وزنهای متفاوت برای ورودی‌ها و خروجی‌ها سنجیده می‌شوند. برای مثال، اگر کارایی واحدی ۱ و کارایی واحدی ۰/۵ بود، این دو عدد با وزنهای متفاوت بدست آمده‌اند و اگر وزنهای واحد اول برای واحد دوم اعمال شود، عدد ۰/۵ حاصل نمی‌شود و اگر وزنهای واحد دوم برای واحد اول اعمال شود نیز ممکن است عدد ۱ حاصل نشود.

$$\begin{aligned} \max \sum_{i=1}^m v_i x_{ij} & \quad j = 1, 2, \dots, n \\ S.T. & \\ \sum_{r=1}^s u_r y_{rj} \leq 1 & \quad j = 1, 2, \dots, n \\ \sum_{i=1}^m v_i x_{ij} - \sum_{r=1}^s u_r y_{rj} \leq 0 & \quad j = 1, 2, \dots, n \\ u_r \geq 0, v_i \geq 0 & \end{aligned} \quad (9)$$

مدل (۹) بر اساس مدل‌های ورودی گرا نوشته شده که همزمان جمع وزنی خروجی‌های هر واحد تصمیم‌گیری حداکثر و جمع وزنی ورودی‌ها هر واحد تصمیم‌گیری کوچکتر یا مساوی ۱ در نظر گرفته می‌شود. علت این که جمع وزنی ورودی‌ها کوچکتر یا مساوی ۱ در نظر گرفته شده این است که شاید در نظر گرفتن علامت تساوی باعث ناموجه شدن جواب مسئله شود و با توجه به اینکه مدل جدیدی ارائه شده انجام این تغییر بلا مانع است. مسئله فوق یک مسئله چند هدفه است که برای حل آن از روش شرح داده شده در بخش ۳ یعنی روش حل فازی مسائل چند هدفه استفاده می‌شود. برای این کار هر یک از توابع هدف با تمامی محدودیت‌ها یک‌بار حداقل و یک‌بار حداکثر می‌شود تا حدود هر یک از توابع هدف تعیین شود:

$$\begin{aligned} \max \beta_1 &= \sum_{i=1}^m v_i x_{i1} & (10) \\ S.T. & \\ \sum_{r=1}^s u_r y_{rj} &\leq 1 & j=1,2,\dots,n \\ \sum_{i=1}^m v_i x_{ij} - \sum_{r=1}^s u_r y_{rj} &\leq 0 & j=1,2,\dots,n \\ u_r &\geq 0, v_i &\geq 0 \end{aligned}$$

مدل (۱۰) برای تک تک توابع هدف نوشته می‌شود. پس از حل این مدل و بدست آوردن حدود توابع هدف، مدل نهایی برای حل مسئله به صورت زیر نوشته می‌شود (مدل زیر با آگاهی از این مطلب تنظیم شده است که حداقل هر یک از توابع هدف عدد صفر می‌باشد):

$$\begin{aligned} \max \sum_{j=1}^n w_j \alpha_j & & j=1,2,\dots,n & (11) \\ S.T. & \\ \sum_{i=1}^m v_i x_{ij} &\geq \beta_j - \beta_j (1 - \alpha_j) & j=1,2,\dots,n \\ \sum_{r=1}^s u_r y_{rj} &\leq 1 & j=1,2,\dots,n \\ \sum_{i=1}^m v_i x_{ij} - \sum_{r=1}^s u_r y_{rj} &\leq 0 & j=1,2,\dots,n \\ u_r &\geq 0, v_i &\geq 0 \end{aligned}$$

β_j : تلورانس تغییر توابع هدف
 با حل مدل (۱۱) توسط نرم افزارهای برنامه‌ریزی خطی جواب‌های مسئله بدست می‌آید که همان وزن ورودی‌ها و خروجی‌ها است. پس از جایگذاری وزن‌ها در فرمول مربوط به محاسبه کارایی، کارایی هر یک از واحدها بدست می‌آید. شایان ذکر است که مدل ارائه شده از دو منظر قابل بررسی است. اولاً با ارائه مدلی مناسب مدل‌های پیشین وزن‌های مشترک را توسعه و یکی از ایرادهای اساسی مدل‌های قبلی را برطرف می‌کند. مسئله مهم‌تر آنکه همواره در نوشتن مدل‌های جدید سعی بر آن است تا مدل به شکلی چند هدفه نوشته شود تا همزمان کارایی واحدهای

تصمیم‌گیری حداکثر و سنجیده شوند. اما به دلیل دشواری حل مسائل چند هدفه پرداختن به این گونه مدل‌ها رواج چندانی نیافته است. لیکن با ورود مسائل فازی برای حل این گونه مسائل، مدل ۱۱ قابلیت‌های مناسبی می‌یابد.

این گونه مثال عددی

برای درک بهتر موضوع، مثالی از مقاله کائو و هونگ [۱۱] ذکر می‌شود. این مثال مربوط به ۱۷ واحد تصمیم‌گیری از بخش‌های یک جنگل است. ورودی‌ها به ترتیب بودجه (بر حسب دلار)، موجودی اولیه (بر حسب متر مکعب)، نیروی انسانی (بر حسب نفر) و زمین (بر حسب هکتار) هستند. خروجی‌ها به ترتیب محصول اصلی (بر حسب متر مکعب)، خاک حفاظت شده (بر حسب متر مکعب) و گردشگران (بر حسب تعداد بازدید) هستند. داده‌ها در جدول ۱ نشان داده شده است.

با نوشتن مدل (۱۱) برای داده‌های جدول ۱، حدود هر یک از توابع هدف تعیین می‌شود. طبیعتاً حد پایین هر تابع هدف صفر است. پس از تعیین حدود، مدل نهایی تدوین و توسط یکی از نرم افزارهای برنامه‌ریزی خطی حل می‌شود. ذکر این نکته ضروری است که در مدل‌های پایه به این دلیل که مقدار ورودی عدد یک در نظر گرفته می‌شود، عددی که از حل مدل توسط نرم افزار بدست می‌آید همان مقدار کارایی است ولی در مدل فوق باید پس از بدست آوردن وزن خروجی‌ها و ورودی‌ها، این اعداد را در فرمول محاسبه کارایی قرار داد و کارایی را محاسبه کرد. جواب‌های α در جدول ۲ نشان داده شده است.

برای مثال $\alpha_v = 0.9958146$ به این معنی است که با مدل نوشته شده، تابع هدف هفتم تا 99.58146% به مقدار بهینه خود نزدیک شده است. همان‌طور که در جدول ۲ ملاحظه می‌شود، اکثر توابع هدف به مقدار بهینه خود بسیار نزدیک هستند و حتی بعضی به مقدار بهینه خود رسیده‌اند. همان‌طور که قبلاً نیز ذکر شد در مدل‌های چند هدفه همه توابع هدف مسئله به حالت بهینه خود نمی‌رسند و برای رسیدن به بهترین وضعیت باید برخی توابع هدف مقداری از حالت بهینه خود دور شوند. علاوه بر این با حل مدل، وزن‌های بدست آمده برای ورودی‌ها و خروجی‌ها در جدول ۳ آمده است:

جدول ۳. جواب‌های مدل برای وزن ورودی‌ها و خروجی‌ها

وزن خروجی ۳	وزن خروجی ۲	وزن خروجی ۱	وزن ورودی ۴	وزن ورودی ۳	وزن ورودی ۲	وزن ورودی ۱
۰.۰۰۰۰۱۸۳	۰.۰۰۴۳۱	۰.۰۰۰۰۱	۰.۰۰۲۰۴	۰.۰۰۰۱۳۲	۰.۰۰۴۲	۰.۰۰۰۰۱

ممکن است وزن بعضی از ورودی‌ها یا خروجی‌ها صفر شود که این ایراد کلی به کلیه مدل‌های تحلیل پوششی داده‌ها وارد است و برای حل آن می‌توان متغیر مربوط به وزن‌ها را بزرگتر از یک عدد بسیار کوچک در مدل قرار داد. نکته مهم در مورد وزن‌های بدست آمده این که باید دقت شود تمامی وزن‌ها کوچک باشند. با جایگذاری وزن‌ها در مدل، کارایی واحدها طبق جدول ۴ محاسبه می‌شود که با جواب‌های بدست آمده از روش‌های ذکر شده در پژوهش کائو و هونگ [۱۱] مقایسه شده است.

استفاده شده است که در جدول ۵ ملاحظه می شود:

جدول ۵. ماتریس ضرایب همبستگی

	CCR	MAD	MSE	MAX	روش پیشنهادی
CCR	۱	۰.۶۸۴۴	۰.۶۴۱۳	۰.۵۷۱۳	۰.۶۲۵۰
MAD	۰.۶۸۴۴	۱	۰.۸۱۵۸	۰.۷۸۵۶	۰.۷۴۱۳
MSE	۰.۶۴۱۳	۰.۸۱۵۸	۱	۰.۹۸۹۶	۰.۷۶۷۵
MAX	۰.۵۷۱۳	۰.۷۸۵۶	۰.۹۸۹۶	۱	۰.۷۳۷۲
روش پیشنهادی	۰.۶۲۵۰	۰.۷۴۱۳	۰.۷۶۷۵	۰.۷۳۷۲	۱

همان طور که در جدول ۵ ملاحظه می شود، روش پیشنهادی با روش های گذشته همبستگی قوی ندارد و بنابراین از اساس متفاوت است نتایج بدست آمده در روش پیشنهادی با نتایج روش MSE همبستگی بیشتری دارد.

نتیجه گیری

همان طور که قبلاً ذکر شد مدل تحلیل پوششی داده ها کاربردهای بسیار گسترده ای یافته است و سالیانه هزاران مقاله در این مورد منتشر می شود. مقالاتی که در این زمینه منتشر می شوند یا به حل یک نمونه با استفاده از مدل های قبلی موجود اختصاص دارد و یا تغییراتی در مدل های قبلی ایجاد شده است. علت عمده ارائه مدل های جدید در این زمینه ناکارآمدی مدل های قبلی است. در پژوهش حاضر سعی بر این بود تا با نگرشی نو به مدل های تحلیل پوششی داده ها مدلی مناسب ارائه و تشریح حل شود. مدل ارائه شده با بدست آوردن وزن های مشترک سعی در بهبود مقایسه واحدهای تصمیم گیری با وزن های مختلف دارد. مدل پیشنهادی مقاله می تواند زمینه ساز مطالعات بعدی با استفاده از این مدل و نگرش به مدل های تحلیل پوششی داده ها به صورت چند هدفه باشد.

منابع و مأخذ

1. Charnes, A., Cooper, W.W., Rhodes, E.L., (1978) "Measuring the efficiency of decision making units". *European Journal of Operational Research* 2: 429-444
2. Cook, W., Roll, Y., Kazakov, A., (1990) "A DEA model for measuring the relative efficiencies of highway maintenance portals". *INFOR* 28(2): 113-124.
3. Ertay, T., Ruan, D., Tuzkaya, U.R., (2006) "Integrating data envelopment analysis and analytic hierarchy for the facility layout design in manufacturing systems". *Journal of Information Sciences* 176:237-262.
4. Farrell, M.G., (1957) "The measurement of productive efficiency". *Journal of the Royal Statistical Society, Series A, General* 120(3): 253-281.
5. Fuh-Hwa Franklin Liu, Hao Hsuan Peng, (2008) "Ranking of units on the DEA frontier with common weights". *Journal of Computers and Operations Research* 35:1624-1637.
6. Garcia, P.A.A., Schirro, R., Frutuoso E Melo, P.F., (2005) "A fuzzy data envelopment analysis approach for FMEA". *Progress in Nuclear Energy* 46:359-373.
7. Gunter Fandel, (2007) "On the performance of universities in north Rhine-Westphalia Germany government's redistribution of funds judged using DEA efficiency measures". *European journal of operations research* 176:521-533.
8. Hwang, S.N., Chang, T.Y., (2003) "Using data envelopment analysis to measure hotel managerial efficiency change in Taiwan". *Journal of Tourism Management* 24:357-369.
9. Jahanshahloo, G.R., Memariani, A., Hosseinzadeh Lotfi, F., Rezai, H.Z., (2005) "A note on some of DEA models and finding efficiency and complete ranking using common set of weights". *Journal of Applied Mathematics and Computation* 166:265-281.
10. Kahraman, C., (2008) "Fuzzy multi criteria decision making". *Springer Optimization and Its Applications*, 325-337.
11. Kao, C., Hung, H-T, (2005) "Data envelopment analysis with common weights: the compromise solution approach". *Journal of the Operational Research Society* 56:1196-1203.
12. Makui, A., Alinezhad, A., Kiani mavi, R., Zohrehbandian, M., (2008) "A goal programming method for finding common weights in DEA with an improved discriminating power for efficiency". *Journal of Industrial and Systems Engineering* 4:293-303.
13. Manandhar, R., Tang, J.C.S., (2002) "The evaluation of bank branch performance using data envelopment analysis: A framework". *Journal of High Technology Management Research* 13:1-17.
14. Ramanathan, R., Yunfeng, J., (2009) "Incorporating cost and environmental factors in quality function deployment using Data Envelopment Analysis". *Omega* 37:711-723.
15. Roll, Y., Cook, W., Golany, B., (1991) "Controlling factor weights in data envelopment analysis". *IIE Transactions* 24:1-9.
16. Sheth, C., Triantis, K., Teodorovic, D., (2007) "Performance evaluation of bus routes: A provider and passenger perspective". *Journal of Transportation Research Part E* 43:453-478.
17. Vitner, G., Rozenes, S., Spraggett, S., (2006) "Using data envelopment analysis to compare project efficiency in a multi-project environment". *International Journal of Project Management* 24:323-329.
18. Yun, Y.B., Nakayama, H., Arakawa, M., (2004) "Multiple criteria decision making with generalized DEA and an aspiration level method". *European Journal of Operational Research* 158:697-706.