

## طراحی و تحلیل مقایسه‌ای الگوریتم‌های فرا ابتکاری جهت پیاده‌سازی سرمایه‌گذاری شاخص محور در بورس تهران

فرهاد حنیفی\*، محمد مهدی بحر العلوم\*\*، بابک جوادی\*\*\*

### چکیده

تلاش برای دستیابی به عملکردی مشابه شاخص از طریق سرمایه‌گذاری در تعداد معدودی از اقلام تشکیل دهنده آن را ردیابی شاخص می‌نامند. مزایای منحصر به فرد این روش در کاهش ریسک و کنترل هزینه منجر به رشد بی‌سابقه آن شده و بی‌شک پایه و اساس راهبردهای سرمایه‌گذاری در آینده خواهد بود. بحران مالی و عدم اطمینان از بازگشت سرمایه‌گذاری‌ها لزوم بهره‌گیری از یک راهبرد کم‌ریسک با بازدهی مناسب را بیش از پیش نمایان می‌سازد. بویژه شرایط کنونی حاکم بر بورس تهران و روند صعودی آن مبنای کاربردی این راهبرد را تقویت می‌کند. در این راستا تحقیق حاضر، مسأله انتخاب پورتفوی بهینه ردیابی‌کننده شاخص کل قیمت و بازده نقدی را با بهره‌گیری از رویکردهای فرا ابتکاری اشاره شده در ادبیات سرمایه‌گذاری، توسعه آنها و سرانجام تحلیل مقایسه‌ای به منظور تبیین بهترین رویکرد، دنبال می‌کند. به منظور شبیه‌سازی داده‌ها و فراهم کردن شرایط لازم برای پیاده‌سازی الگوریتم‌های پیشنهادی، از شبکه عصبی نیز بهره گرفته شده است. نتایج حاصل، دقت بالا و عملکرد برتر پورتفوی حاصل از الگوریتم ژنتیک چند مرحله‌ای را در مقایسه با سایر روشها به اثبات رساند، به‌گونه‌ای که می‌توان دستیابی به عملکردی مشابه و فراتر از شاخص را از ویژگی‌های منحصر به فرد آن به حساب آورد.

کلیدواژه‌ها: ردیابی شاخص، پورتفوی ردیابی‌کننده، الگوریتم ژنتیک، برنامه‌ریزی کوادراتیک.

تاریخ دریافت مقاله: ۸۸/۱/۱۷ تاریخ پذیرش مقاله: ۸۸/۶/۱

\* استادیار دانشکده مدیریت، دانشگاه آزاد اسلامی واحد تهران مرکز.

\*\* کارشناس ارشد MBA، دانشکده مدیریت و فناوری‌های نرم، دانشگاه صنعتی مالک‌اشتر (نویسنده مسئول).

Email: mahdi\_ba63@yahoo.com

\*\*\* دانشجوی دکترای مهندسی صنایع، دانشکده فنی، دانشگاه تهران.

## مقدمه

ردیابی شاخص یکی از راهبردهای کم ریسک تخصیص منابع است که به اعتقاد بسیاری از صاحب‌نظران، بازدهی بالاتری را نسبت به رویکرد فعال در یک افق زمانی بلندمدت ایجاد می‌کند [۱۶]. ایجاد یک پورتفوی با عملکردی مشابه شاخص و به دنبال آن دستیابی به ریسکی نزدیک به بازار، منطق زیربنایی این رویکرد سرمایه‌گذاری است که هم اکنون با رشدی بی‌سابقه در تمامی بازارهای پیشرفته دنیا در حال پیاده‌سازی است. این در حالی است که رویکرد اشاره شده در بازار سرمایه ایران محجور مانده و تاکنون بطور جدی مورد بررسی قرار نگرفته است. شرایط کنونی حاکم بر بازارهای مالی و عدم اطمینان از بازده سرمایه‌گذاری از یک طرف و روند صعودی بازار سرمایه ایران از طرف دیگر می‌تواند اهمیت معرفی این رویکرد کم ریسک سرمایه‌گذاری را بیش از پیش مشخص کرده و در نتیجه به ترغیب سرمایه‌گذاران در ورود به بازار سرمایه منجر شود. از طرفی امروزه با پیشرفت فناوری اطلاعات، کاربرد روش‌های پردازش خودکار و الگوریتمی در حل مسائل حوزه‌های مختلف رونقی دوچندان یافته است. از مصادیق این روند می‌توان به پیدایش مدل‌های فرا ابتکاری از قبیل الگوریتم ژنتیک و شبکه‌های عصبی در حوزه بهینه‌سازی مسائل مالی اشاره کرد. در این راستا در تحقیق حاضر، مسأله انتخاب پورتفوی بهینه ردیابی کننده شاخص کل قیمت و بازده نقدی را مبتنی بر الگوریتم تکاملی ژنتیک و رویکردهای توسعه یافته آن مورد مطالعه قرار خواهیم داد و با تحلیل مقایسه‌ای میان الگوریتم‌های پیشنهادی، رویکرد برتر جهت سرمایه‌گذاری شاخص محور در بورس تهران را مشخص می‌کنیم. در ادامه، ابتدا مبانی نظری و پیشینه پژوهش را بیان کرده و سپس به روش تحقیق و نتایج تجربی خواهیم پرداخت. در پایان نیز از مباحث مطرح شده و یافته‌های پژوهش نتیجه‌گیری و پیشنهاداتی برای تحقیقات آتی ارائه خواهیم کرد.

## ردیابی شاخص

موضوع ردیابی شاخص در حوزه مدیریت دارایی‌ها طبقه‌بندی می‌شود که در ادامه به تشریح آن می‌پردازیم. یک سرمایه‌گذار اغلب خواستار دستیابی به بالاترین میزان بازده در کمترین سطح ممکن از ریسک است. محدودیت‌های دیگری نیز می‌تواند در یک سرمایه‌گذاری مشخص وجود داشته باشد. مجموعه‌ای از محدودیت‌های بازار و ترجیحات سرمایه‌گذار به همراه بازده و ریسک مورد انتظار دارایی‌ها تعیین‌کننده راهبرد بکار گرفته شده به وسیله مدیران پورتنفوی می‌باشد [۱۷]. بطور کلی دو راهبرد زیربنایی که برای مدیریت دارایی‌ها و دستیابی به بازده و ریسک مورد انتظار سرمایه‌گذاران بکار گرفته می‌شود عبارتند از [۵]:

### ۱. مدیریت فعال پورتنفوی

فرضیه زیربنایی این راهبرد آن است که مدیران پورتنفوی با بهره‌گیری از تجربه و دانش خود در انتخاب اوراق بهادار و یا زمانبندی مناسب تصمیمات خرید/فروش قادر به ایجاد ارزش هستند.

### ۲. مدیریت غیر فعال (انفعالی) پورتنفوی

این دسته از مدیران ملزم به در نظر گرفتن محدودیت‌هایی برای تضمین حداقل سطحی از بازده هستند. مسأله ردیابی شاخص زمانی مطرح می‌شود که یکی از این الزامات دستیابی به عملکردی مشابه با شاخص مالی مبنا باشد. کوشش برای دستیابی به عملکردی مشابه شاخص را ردیابی شاخص و پورتنفوی که هدف از تشکیل آن ردیابی شاخص است، پورتنفوی ردیابی‌کننده نامیده می‌شود. این نوع سرمایه‌گذاری دارای ریسک و هزینه‌های معاملاتی کمتر بوده و به اعتقاد بسیاری از متخصصان بازدهی بالاتری را در یک بازه بلندمدت نسبت به رویکرد فعال ایجاد می‌کند. صاحب نظران، دیدگاه‌های مختلفی را در تأیید رویکرد سرمایه‌گذاری شاخص محور ارائه کرده‌اند که به یکی از آنها اشاره می‌کنیم: چارلز الیس در مقاله‌ای با عنوان «بازی بازنده‌ها» نشان داد که ۸۵٪ مدیران فعال نتوانسته‌اند بازدهی بالاتر از شاخص

S&P500 را در یک بازه زمانی ۱۰ ساله بدست آورده و بر آن غلبه کنند. ایس بیان داشت که سرمایه‌گذاری در بازار سهام یک بازی با برابری است، زیرا تمام سرمایه‌گذاران در مجموع، بازده بازار را بدست خواهند آورد. معادل یک بازنده در بازار، بایستی یک برنده وجود داشته باشد. به جای کوشش برای غلبه بر بازار، سرمایه‌گذاران بایستی بازتابی از بازار را با حداقل هزینه از طریق یک پورتنفوی ردیابی‌کننده شاخص بدست آورند. نکته قابل توجه آن است که سرمایه‌گذاران به طور میانگین، بازده بازار منهای هزینه‌های معاملاتی را دریافت خواهند کرد و هرچه فعال‌تر باشند، با هزینه‌های معاملاتی، تأثیرات بازار و هزینه‌های مالیاتی بیشتر مواجه خواهند بود [۱۵].

در تحقیقات مختلف روشهای گوناگونی برای ردیابی شاخص پیشنهاد شده است: کوریلی و مارسلینو درخصوص یک روش ردیابی شاخص مبتنی بر این فرض که قیمت‌های سهام متأثر از یک مدل عاملی هستند، تحقیق نمودند. در روش مورد استفاده آنها شاخص و پورتنفوی ردیابی‌کننده آن دارای ساختار عاملی مشابه بودند. رویکرد بکارگرفته شده عبارت است از مرتب‌سازی عوامل و سپس اضافه کردن سهمی به پورتنفوی که دارای بیشترین همبستگی با عامل موردنظر است [۷]. یانسن و فن دیک، مسأله کمینه‌سازی خطای ردیابی را با در نظر گرفتن محدودیت برای تعداد سهام تشکیل‌دهنده پورتنفوی، مدنظر قرار دادند. در روش مورد استفاده آنها یک تابع هدف موزون متشکل از خطای ردیابی و تعداد سهام تشکیل‌دهنده پورتنفوی کمینه خواهد شد. زمانی که مجموعه سهام مشخص می‌شود، وزنها بهینه با استفاده از یک رویکرد استاندارد برنامه‌ریزی کوادراتیک محاسبه خواهد شد [۸]. کولمن و همکاران نیز چنین رویکردی را مورد استفاده قرار دادند [۶]. بیزلی و همکاران از رویکرد تکاملی الگوریتم ژنتیک استفاده کرده و علاوه بر مسأله ایجاد

پورتهفوی ردیابی کننده، تعدیل ترکیب آن و هزینه‌های معاملاتی را نیز مدنظر قرار دادند [۵].

اوه و همکاران، برای هر سهم یک تابع رجحان (اولویت) تعریف کردند. تابع مذکور عبارت بود از حاصل جمع موزون حجم معامله، ارزش بازار و بتا. یک هیوریستیک ساده که از این توابع رجحان بهره می‌گیرد، به منظور تعیین سهام تشکیل دهنده پورتهفوی بکار گرفته شد. سپس از الگوریتم ژنتیک به منظور تعیین وزن بهینه هر سهم استفاده شد [۱۲]. رافائلی و همکاران، یک رویکرد مقایسه‌ای مبتنی بر الگوریتم ژنتیک و برنامه‌ریزی کوادراتیک را به منظور ردیابی شاخص FTSE100 توسعه دادند. نتایج ارائه شده مزیت روش ژنتیک را با در نظر گرفتن اندازه‌های مختلف و همچنین دوره‌های متعدد به‌روز رسانی ترکیب برای پورتهفوی ردیابی کننده به اثبات رسانید [۱۳]. تورویانو و سوارز یک راهبرد ترکیبی متشکل از یک الگوریتم تکاملی و برنامه‌ریزی کوادراتیک را به منظور حل مسأله ردیابی شاخص طراحی کردند [۱۷].

### روش‌شناسی تحقیق

**مسأله تحقیق:** ردیابی شاخص عبارت است از ایجاد یک پورتهفوی سرمایه‌گذاری به منظور دستیابی به عملکردی مشابه با شاخص مبنای. به دلیل کاهش هزینه‌های معاملاتی، تنها زیرمجموعه‌ای از سهام تشکیل دهنده شاخص در پورتهفوی لحاظ خواهد شد [۹]. به عبارت دیگر در جستجوی مجموعه‌ای مناسب از  $K$  سهم هستیم که به خوبی شاخص را در یک بازه زمانی در گذشته  $(0, T)$  ردیابی کرده و بتواند به گونه‌ای اثربخش عملکردی مشابه با شاخص کل قیمت و بازده نقدی را در بازه زمانی  $(T, T+\epsilon)$  نیز ایجاد کند. تابع هدف حداقل کردن خطای ردیابی این زیرمجموعه از سهام است که در این تحقیق تابعی از اختلاف میان بازده پورتهفوی ردیابی کننده و شاخص در نظر گرفته شده است:

$$E = \left[ \left[ \sum_{t=1}^T \Delta_t |r_t - R_t|^\alpha \right]^{1/\alpha} \right] / T.$$

$T$ : دوره زمانی ردیابی شاخص،  $r_t$ : بازده پورتفوی ردیابی کننده،  $R_t$ : بازده شاخص،  $\Delta_t$ : پارامتری که برای بازده‌ها با دوره زمانی نزدیک تر و دورتر وزن متفاوتی قائل می‌شود،  $E$ : خطای ردیابی. در این تحقیق آلفا برابر دو و  $\Delta_t$  برابر یک لحاظ شده است.

**داده‌ها و روش محاسبه بازده:** با توجه به اینکه شاخص کل قیمت و بازده نقدی معیاری از روند بازده واقعی اوراق سهام موجود در بازار است [۳] بایستی داده‌های مورد استفاده برای محاسبه بازده سهام نیز منعکس کننده بازده کل آنها به صورت روزانه باشد. بدین منظور داده‌های مورد نیاز برای محاسبه بازده روزانه سهام از پایگاه اطلاعاتی سایت مدیریت پژوهش توسعه و مطالعات اسلامی اخذ و از رابطه ذیل برای محاسبه بازده سهام و شاخص استفاده شد:

$$R = \ln \frac{I_t}{I_{t-1}}$$

که در آن  $I_t$ ، ارزش دارایی در انتهای دوره و  $I_{t-1}$ ، ارزش آن در ابتدای دوره می‌باشد. دوره زمانی بازده در این تحقیق، روزانه در نظر گرفته شده است.

**نمونه آماری و روش نمونه گیری:** نمونه آماری این تحقیق، متشکل از شرکتهای پذیرفته شده در بورس است که بیشترین تأثیرگذاری را روی شاخص دارند. به منظور دستیابی به نمونه‌ای با این ویژگی، روش نمونه‌گیری قضاوتی (فیلترینگ شرکتهای) مد نظر قرار گرفت. به عبارت دیگر آن دسته از شرکت‌هایی که در بازه زمانی تحقیق، دارای بیش از ۱۰۰ روز معاملاتی در هر سال باشند (و لذا فعال‌ترند)، انتخاب خواهند شد.

مدل‌های پیشنهادی جهت حل مسأله ردیابی شاخص: مدل‌های پیشنهادی تحقیق، مبتنی بر الگوریتم تکاملی ژنتیک و رویکردهای بهبودیافته آن است. براساس این مدلها مراحل حل مسأله به شرح ذیل تبیین می‌شود:

• فرموله کردن مسأله

$$\text{Minimize } \frac{(\sum_{t=1}^T [(\sum_{i=1}^n z_i r_{it} w_i) - R_t]^2)^{1/2}}{T} \quad (1)$$

Subject to:

$$\sum_{i=1}^n z_i w_i = 1 \quad (2)$$

$$\sum_{i=1}^n z_i = k \quad (3)$$

$$0 < w_i < 1, \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (4)$$

$$z_i \in \{0,1\} \quad (5)$$

در این فرمول  $w_i$ ،  $r_{it}$  و  $R_t$  به ترتیب وزن و بازده سهم  $i$  ام در زمان  $t$ ، بازده شاخص در زمان  $t$  و دوره ردیابی آن می‌باشند. معادله ۱، نشان‌دهنده خطای ردیابی و تابع هدف در مسأله موردنظر است. معادله دوم و چهارم به محدودیت وزن ارقام تشکیل دهنده پورتفوی و معادله سوم و پنجم به محدودیت عدد صحیح اشاره دارند. بر اساس محدودیت شماره ۵، اگر در دارایی  $i$  سرمایه‌گذاری شود، مقدار  $Z_i$  برابر یک و در غیر اینصورت برابر صفر خواهد بود. پارامتر  $k$  در محدودیت شماره ۳، نشانگر تعداد سهامی است که سرمایه‌گذار مایل به سرمایه‌گذاری در آن می‌باشد، بنابراین این محدودیت، سرمایه‌گذاری در  $k$  سهم از  $n$  سهم را تضمین کند. ورود این محدودیت، فضای جستجو را به یک فضای گسسته و غیرخطی تبدیل می‌کند. این امر موجب پدید آمدن ترکیبی پیچیده از برنامه‌ریزی کوادراتیک و عدد صحیح غیرخطی شده که یک مسأله سخت برای حل است [۲]. از طرفی فضای جستجو با

افزایش مقدار  $n$  و یا با تغییر مقدار پارامتر  $k$  به شدت بزرگ شده و لذا بهره‌گیری از روشهای فرا ابتکاری اهمیتی دو چندان خواهد یافت.

#### • ساختارهای ژنتیکی مسأله

تعیین ساختار ژن‌ها و کروموزوم‌ها، نوع عملگرها و نحوه تأمین محدودیت‌ها در مرجع [۱] به تفصیل اشاره شده است و در اینجا از ذکر آن‌ها به دلیل محدودیت حجم مقاله خودداری می‌کنیم. سه مدل فرا ابتکاری به منظور ردیابی شاخص پیشنهاد شده که در ادامه معرفی خواهند شد:

#### الف. الگوریتم ژنتیک کلاسیک

در این روش از الگوریتم ژنتیک برای جستجو در فضای جواب، انتخاب مجموعه سهام تأثیر گذار بر شاخص و تعیین وزن بهینه سهام تشکیل دهنده پورتفوی استفاده می‌شود.

#### ب. الگوریتم ژنتیک بهبود یافته

یکی از روشهای متداول برای بهبود جواب‌های حاصل از الگوریتم‌های ژنتیک، بهینه‌سازی جواب نهایی با استفاده از الگوریتم‌های دقیق است. در این تحقیق نیز الگوریتم ژنتیک بهبود یافته مبتنی بر این مکانیزم طراحی شد، به گونه‌ای که تنها تفاوت آن با رویکرد کلاسیک در گام آخر و به عبارتی بهینه‌سازی جواب نهایی با برنامه ریزی کوادراتیک است.

#### ج. الگوریتم ژنتیک چند مرحله‌ای

در این مدل پیشنهادی، ابتدا فضای جواب با استفاده از الگوریتم ژنتیک مورد جستجو قرار می‌گیرد. سپس برای محاسبه برازندگی هر عضو جمعیت از برنامه‌ریزی کوادراتیک استفاده می‌شود. علاوه بر این وزن سهام در پورتفوی نهایی انتخاب شده نیز توسط برنامه‌ریزی کوادراتیک بهینه می‌شود. فرایند اشاره شده چند بار تکرار می‌شود و تمامی سهامی که حتی یک بار در پورتفوی نهایی انتخاب شده باشند، مجموعه جدید داده‌ها را تشکیل می‌دهند. به عبارت دیگر شرکت‌های تأثیر گذار



بر شاخص مبتنی بر خروجی حاصل از اجرای چند مرتبه‌ای الگوریتم، تعیین شده و به عنوان ورودی برای اجرای نهایی الگوریتم مورد استفاده قرار می‌گیرند.

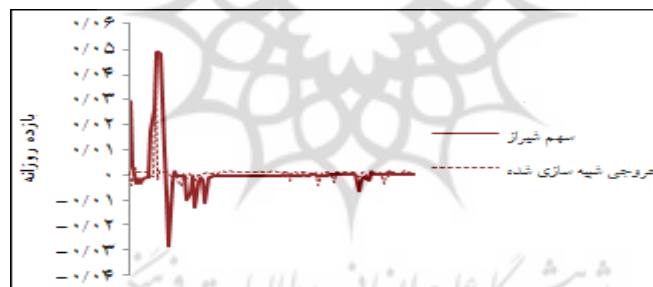
## نتایج حاصل از تجزیه و تحلیل داده‌ها

### ۱. آماده سازی و پردازش داده‌ها

ترکیب شاخص در نتیجه ورود و خروج شرکت‌ها به بورس و یا در نتیجه تعدیل وزن اقلام تشکیل دهنده آن دستخوش تغییر می‌شود. لذا پیش پردازش داده‌ها به منظور منعکس ساختن این تغییرات بخشی جدایی ناپذیر از فرایند سرمایه‌گذاری شاخص محور خواهد بود. یکی از عوامل تأثیرگذار در دستیابی به پاسخ‌های دقیق و قابل اتکا در هر تحقیق، حذف عوامل مداخله‌گر تا حد ممکن می‌باشد. بدین منظور بازه زمانی تحقیق، تاریخ ۱۳۸۴/۰۶/۰۸ - ۱۳۸۵/۰۷/۱۰ در نظر گرفته شد تا بدین وسیله تغییرات در ترکیب شاخص به حداقل ممکن برسد. البته لازم به ذکر است که مدل‌های ارائه شده در تحقیق قابلیت اجرا در هر بازه زمانی را دارا است که به دلیل کاستن از پیچیدگی محاسبات، بازه زمانی مذکور انتخاب شده است. همانگونه که اشاره شد، شرکت‌های دارای بیش از ۱۰۰ روز معاملاتی در سال، انتخاب شدند. بدین ترتیب تعداد سهام انتخاب شده بعد از فیلترینگ به ۱۶۹ سهم رسید. بازه روزانه سهام انتخاب شده در بازه زمانی ۱۳۸۴/۰۶/۰۸ - ۱۳۸۴/۱۲/۲۲، به منظور انتخاب پورتفوی بهینه‌ردیابی‌کننده و یا به عبارتی به عنوان داده‌های آموزش و بازه مرتبط با بازه زمانی ۱۳۸۴/۱۲/۲۲ - ۱۳۸۵/۰۷/۱۰ به عنوان داده‌های تست و به عبارتی برای ارزیابی عملکرد پورتفوی بهینه انتخاب شده در نظر گرفته شد.

الگوریتم‌های ابتکاری طراحی شده نیازمند وجود بازه روزانه به طور کامل در بازه زمانی مورد مطالعه هستند. در بازه زمانی آموزش، سهم پتروشیمی شیراز به عنوان سهمی تأثیرگذار بر شاخص (در تاریخ ۸۴/۰۸/۱۱) وارد بورس شد، بنابراین به منظور فراهم آوردن امکان انتخاب شدن آن در پورتفوی بهینه، داده‌های مورد نیاز با استفاده از شبکه عصبی شبیه‌سازی شد. بدین منظور فرض بر آن شد که سهم

پتروشیمی شیراز از ابتدای دوره آموزش در بورس حضور داشته است و در این راستا داده‌های مرتبط با بازده روزانه آن در این بازه زمانی، شبیه‌سازی شد. به منظور شبیه‌سازی داده‌های مورد نظر (از تاریخ ۱۳۸۴/۰۶/۰۸-۱۳۸۴/۰۸/۱۱)، همبستگی میان بازده روزانه سهم پتروشیمی شیراز با بازده ۱۶۹ سهم انتخاب شده، در بازه زمانی ۱۳۸۴/۰۸/۱۲-۱۳۸۴/۱۲/۲۲ مورد محاسبه قرار گرفت. هدف آن است که با مشخص ساختن سهامی که بیشترین میزان همبستگی را با سهم پتروشیمی شیراز دارد، ورودیهای مورد نیاز جهت آموزش شبکه عصبی را فراهم کنیم. برای مدل‌سازی داده‌ها از نرم افزار Neuro solution و یک شبکه عصبی GFF (پیشخور تعمیم‌یافته) با مشخصات ذیل استفاده شد: ۱. یک لایه پنهان، ۲. پنج عنصر پردازشگر در لایه پنهان، ۳. تابع انتقال (محرک) Tanh Axon در لایه پنهان، ۴. تابع انتقال (محرک) Axon در لایه خروجی. پس از آموزش شبکه عصبی مورد نظر بر اساس بازده روزانه سهام با همبستگی بالا، عملکرد آن با مشخص کردن بخشی از داده‌ها به عنوان داده‌های تست مورد ارزیابی قرار گرفت که نتایج آن به شرح ذیل است:



شکل ۱. خروجی واقعی شبکه و خروجی مورد انتظار

شاخص سنجش عملکرد شبکه و یا به عبارتی میانگین مربع خطا برابر با ۰/۰۰۰۰۷۶۱۳۷ محاسبه شد که نشانگر توانایی شبکه در شبیه‌سازی و پیش‌بینی بازده روزانه سهم پتروشیمی شیراز است که این مهم در شکل ۱، نیز قابل رؤیت است. در گام بعدی شبکه عصبی ایجاد شده با توجه به یادگیری روابط میان بازده این دسته از

سهام و سهم پتروشیمی شیراز، داده‌های روزانه را با دقتی مطلوب شبیه‌سازی کرد. پس از آماده سازی داده‌های مرتبط با بازه روزانه سهام، الگوریتم‌های ابتکاری طراحی شده، اجرا و با پارامترهای مختلف آزموده شدند تا اینگونه مقادیر بهینه پارامترها قبل از حل واقعی مسأله تحقیق مشخص شوند.

## ۲. پارامترهای الگوریتم ژنتیک بکار گرفته شده

برای بدست آوردن بهترین نرخ‌های تقاطع و جهش از روش تیونینگ استفاده شده است. ابتدا به صورت رندوم چند عدد در بازه  $0/85 - 0/65$  برای نرخ تقاطع انتخاب گردید و سپس با مشاهده بهترین جواب برای مسأله، سعی شد تا عدد تصادفی بعدی به نرخ تقاطع بهتر نزدیک باشد. عیناً همین روش در بازه  $0 - 0/35$  برای نرخ جهش نیز تکرار شد. لازم به ذکر است که فرایند مذکور براساس برنامه رایانه‌ای در محیط MATLAB انجام گرفت که در نتیجه پارامترهای بهینه ذیل به دست آمد. مروری بر ادبیات موضوع نشان می‌دهد که پارامترهای بهینه در تحقیقات مشابه به مقادیر مذکور در جدول ذیل بسیار نزدیک است. [۵ و ۱۳]:

جدول ۱. نرخ تقاطع و جهش	
تعداد جواب‌ها در جمعیت	۱۰۰
نرخ تقاطع	۰/۸
نرخ جهش	۰/۲
تعداد تکرارهای الگوریتم	۱۰۰

## ۳. انتخاب پورتفوی بهینه ردیابی کننده با استفاده از داده‌های تاریخی

هدف آن است که پورتفوی ردیابی کننده، ریسک و بازدهی مشابه با شاخص را در بازه زمانی مذکور ایجاد کند. معیار سنجش این توانایی، خطای ردیابی است [۱۴] که در این تحقیق ریشه میانگین مربع خطا در نظر گرفته شده است. بدین منظور با

بهره‌گیری از داده‌های پردازش شده که در بخش قبلی از نظر گذشت، رویکردهای پیشنهادی برای حل مسأله تحقیق اجرا و نتایج آن به شرح جدول ذیل حاصل گردید:

جدول ۲. خروجی الگوریتم‌های ابتکاری با توجه به محدودیت عدد صحیح

محدودیت عدد صحیح	ریشه میانگین مربع خطا	بهترین ریشه میانگین مربع خطا (ثانیه)	زمان اجرای برنامه
۱. الگوریتم ژنتیک چندمرحله‌ای			
۵	$10^{-4} \times 1/34$	$10^{-4} \times 1/25$	۱۱۲/۳۸
۱۰	$10^{-5} \times 9/62$	$10^{-5} \times 8/94$	۱۳۰/۴۸
۱۵	$10^{-5} \times 7/89$	$10^{-5} \times 7/10$	۱۵۸/۴۶
۲۰	$10^{-5} \times 6/59$	$10^{-5} \times 6/02$	۱۹۹/۱۴
۲. الگوریتم ژنتیک بهبود یافته			
۵	$10^{-4} \times 2/11$	$10^{-4} \times 2/00$	۳۵/۶۱
۱۰	$10^{-4} \times 1/65$	$10^{-4} \times 1/57$	۳۵/۹۸
۱۵	$10^{-4} \times 1/42$	$10^{-4} \times 1/35$	۳۶/۳۲
۲۰	$10^{-4} \times 1/32$	$10^{-4} \times 1/20$	۳۸/۵۱
۳. الگوریتم ژنتیک کلاسیک			
۵	$10^{-4} \times 2/18$	$10^{-4} \times 2/04$	۳۶/۴۹
۱۰	$10^{-4} \times 2/09$	$10^{-4} \times 2/03$	۳۶/۵۳
۱۵	$10^{-4} \times 1/09$	$10^{-4} \times 1/79$	۳۶/۷۱
۲۰	$10^{-4} \times 1/86$	$10^{-4} \times 1/72$	۳۶/۸۲

توجه: محاسبات بر اساس داده‌های تاریخی و در بازه زمانی ۸۴/۶/۸-۸۴/۱۲/۲۲ انجام شده است.

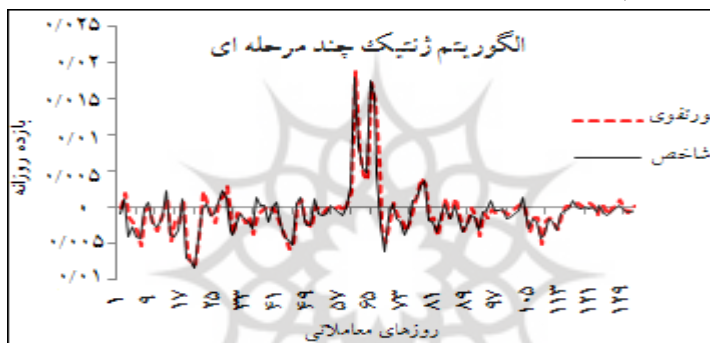
به دلیل ماهیت تصادفی الگوریتم ژنتیک، سه روش مذکور برای هر یک از مسائل، پنج بار تکرار و نتایج پس از محاسبه میانگین در جدول فوق ثبت شد [۴]. البته در ستون سوم جدول، بهترین مقدار تابع هدف و یا به عبارتی کمترین خطای ردیابی از میان این پنج بار تکرار درج شده است که درحقیقت مبنای خطای ردیابی پورتفوی بهینه حاصل از هر روش و برحسب محدودیت عدد صحیح متناظر با آن است. با توجه به نتایج جدول ۲، می‌توان استدلال کرد که با افزایش تعداد سهام تشکیل دهنده پورتفوی (ستون اول جدول)، میانگین خطای ردیابی و بهترین مقدار

تابع هدف (ستون دوم و سوم) کاهش می‌یابد. به منظور بررسی این رابطه از ضریب همبستگی پیرسون استفاده شد که مقدار آن برابر  $97/13\%$  و سطح معنی‌داری دو دامنه آن  $0/026$  محاسبه شد. بنابراین همبستگی میان تعداد سهام پورتنفوی و خطای ردیابی مورد تأیید قرار گرفت و می‌توان بیان کرد که افزایش تعداد سهام در چارچوب محدودیت‌های سرمایه‌گذار، منجر به بهبود عملکرد پورتنفوی در ردیابی شاخص خواهد شد. علت این امر نزدیک شدن ترکیب پورتنفوی به ترکیب شاخص، افزایش تنوع و بالتبع افزایش قابلیت آن در دستیابی به عملکردی مشابه شاخص است. همانطور که انتظار می‌رفت زمان مورد نیاز به منظور حل مسأله، با افزایش تعداد سهام تشکیل دهنده پورتنفوی افزایش می‌یابد که البته علت این موضوع افزایش میزان محاسبات انجام شده است. همچنین نتایج حاصل از تجزیه و تحلیل داده‌ها نشان می‌دهد که الگوریتم ژنتیک چندمرحله‌ای نسبت به سایر روشها از دقت بالاتری در ردیابی شاخص برخوردار است چرا که کمترین خطای ردیابی را به ازای مقادیر مختلف تعداد سهام تشکیل دهنده پورتنفوی به خود اختصاص داده است. الگوریتم ژنتیک بهبود یافته و رویکرد کلاسیک الگوریتم ژنتیک به ترتیب در رده‌های بعدی اولویت قرار دارند.

جدول ۳. مقایسه کیفی الگوریتم‌های پیشنهادی

نوع الگوریتم	فضای جواب اولیه	نحوه محاسبه برازندگی	نحوه بهینه‌سازی جواب نهایی
الگوریتم ژنتیک چند مرحله‌ای	ترکیبات مختلف از سهامی که در نتیجه اجرای چند مرحله‌ای حاصل شده‌اند	از طریق برنامه ریزی کوادراتیک	از طریق برنامه ریزی کوادراتیک
الگوریتم ژنتیک بهبود یافته	ترکیبات مختلف از سهامی که دارای بیش از ۱۰۰ روز معاملاتی در سال هستند	از طریق الگوریتم ژنتیک	از طریق برنامه ریزی کوادراتیک
الگوریتم ژنتیک کلاسیک	ترکیبات مختلف از سهامی که دارای بیش از ۱۰۰ روز معاملاتی در سال هستند	از طریق الگوریتم ژنتیک	از طریق الگوریتم ژنتیک

همانگونه که در جدول ۳، قابل مشاهده است، الگوریتم ژنتیک چندمرحله‌ای با بهره‌گیری از فضای جوابی کارآتر (که در نتیجه اجرای چندمرحله‌ای و انتخاب اولیه سهام با تأثیرگذاری بیشتر بر شاخص حاصل می‌شود) نسبت به انتخاب صرف بر مبنای روزهای معاملاتی از همگرایی بالاتری برخوردار خواهد بود. از طرفی دیگر محاسبه برآزندگی و بهینه‌سازی اوزان پورتفوی نهایی انتخاب شده نیز با الگوریتم دقیق برنامه‌ریزی کوادراتیک انجام می‌گیرد و لذا خطای ردیابی کمتر و عملکرد بهتر پورتفوی‌های حاصل به لحاظ نظری قابل پیش‌بینی است. با توجه به اینکه الگوریتم ژنتیک چندمرحله‌ای از توانمندی بالاتری در ردیابی شاخص برخوردار است، بهترین پورتفوی حاصل از این روش را که دارای ۲۰ سهام است مورد بررسی بیشتر قرار می‌دهیم:



شکل ۲. بازده پورتفوی ردیابی‌کننده در مقایسه با بازده شاخص کل قیمت و بازده نقدی

همانگونه که در شکل ۲، مشخص است، پورتفوی ردیابی‌کننده به خوبی و با دقت بالایی شاخص را ردیابی کرده به گونه‌ای که همبستگی میان سریهای زمانی بازده پورتفوی و شاخص برابر با ۹۸/۱۰٪ محاسبه شده است.

#### ۴. ارزیابی عملکرد پورتفوی بهینه ردیابی‌کننده شاخص با استفاده از داده‌های آتی

به‌طور کلی دو راهبرد به‌منظور نگهداری پورتفوی وجود دارد: ۱. نگهداری پورتفوی و تعدیل آن به گونه‌ای که وزن تعیین شده سهام ثابت بماند؛ ۲. نگهداری پورتفوی و تعدیل خودکار وزن سهام تشکیل‌دهنده آن بر اساس نوسانات قیمت

آنها [۱۱]. با توجه به مطالعات انجام شده راهبرد دوم از مزیت بیشتری برخوردار است. رویکرد اول نیازمند مدیریت فعال پورتنفوی بوده و به منظور ثابت نگه داشتن وزن سهام، با هزینه‌های معاملاتی بیشتر مواجه است در حالی که در رویکرد دوم وزن سهام بر اساس نوسانات قیمت آنها و بالتبع تغییر ارزش نسبی آنها در پورتنفوی تعدیل می‌شود و نیازمند خرید و فروش سهام به منظور ثابت نگه داشتن اوزان نمی‌باشد. در این تحقیق هر دو راهبرد اشاره شده مورد بررسی قرار گرفته است اما به دلیل برتری راهبرد دوم، نتایج حاصل از تحلیل پورتنفوی بهینه در خصوص داده‌های تست، با تکیه بر آن ارائه خواهد شد. به منظور پیاده سازی این روش میزان سرمایه‌گذاری اولیه معادل یک میلیون تومان در نظر گرفته شد تا بدین ترتیب تعداد هر یک از سهام موجود در پورتنفوی از حاصل تقسیم میزان سرمایه‌گذاری انجام شده به ازاء هر سهم بر قیمت روز آن تعیین و به منظور محاسبه تغییرات روزانه وزن آنها در پورتنفوی مورد استفاده قرار گیرد. نتایج حاصل به شرح ذیل است:



شکل ۳. بازده پورتنفوی ردیابی کننده در مقایسه با بازده شاخص کل قیمت و بازده نقدی

همانگونه که از شکل ۳، قابل استنتاج است خطای ردیابی در خصوص داده‌های تست افزایش یافته به گونه‌ای که مقدار آن به  $0/00079269$  رسیده است. عملکرد پورتنفوی در خصوص داده‌های تست از دو منظر قابل بررسی است:

۱. ترکیب پورتنفوی بایستی به صورت منظم و در فواصل زمانی نسبتاً مشخص مورد بازبینی قرار گیرد. علت این موضوع تغییر در ترکیب شاخص در نتیجه ورود و

خروج شرکت‌ها به بورس و همچنین تعدیل وزن ارقام تشکیل دهنده آن می‌باشد. تعیین فواصل زمانی مورد نظر امری غیر قطعی بوده و بایستی توسط تحلیل‌گر و با توجه به رویدادهای بازار مشخص شود. بر اساس دیدگاه بیزلی این فاصله زمانی بایستی کمتر از ۶ ماه باشد [۵]. البته این زمان تعیین شده سازگار با بورسهای پیشرفته‌ای است که از تلاطم کمتری برخوردارند، لذا این فاصله زمانی برای بورس تهران بسیار کوتاه‌تر تصور می‌شود. با توجه به نتایج تحقیق، تا حدود ۳ ماه پس از انتخاب پورترفوی، ردیابی شاخص با دقت بالایی صورت پذیرفته و ضریب همبستگی در این بازه زمانی برابر ۷۱/۱۶٪ محاسبه شده است. بنابراین می‌توان استدلال کرد که ترکیب پورترفوی پس از گذشت یک بازه زمانی نیازمند بروزرسانی است و این امر بخشی جدایی‌ناپذیر از فرایند ردیابی شاخص می‌باشد.

۲. افزایش خطای ردیابی و کاهش ضریب همبستگی در خصوص داده‌های تست در جهت مثبت بوده است، به عبارت دیگر این عدم تطابق با شاخص به دلیل عملکرد برتر پورترفوی مورد نظر نسبت به آن است. این موضوع از طریق محاسبه تفاوت میانگین بازده پورترفوی و شاخص در بازه زمانی اشاره شده قابل بررسی است که نتیجه آن در حدود ۰/۱۵٪ بازده اضافی را نشان می‌دهد. با توجه به تحلیل انجام شده، رویکرد چندمرحله‌ای ژنتیک علاوه بر ردیابی دقیق شاخص در بازه آموزش، از توانمندی بالایی در ردیابی شاخص در بازه سه ماهه اول دوره تست و همچنین دستیابی به عملکردی فراتر از شاخص در کل دوره تست برخوردار است.

### نتیجه‌گیری

وجود حداقل سطحی از ناکارایی در بازار شرط لازم برای بکارگیری مدیران فعال است. علاوه بر این شرط نیاز است تا مدیرانی با مهارت کافی در بهره‌گیری از این ناکارایی‌ها نیز انتخاب شوند. بدون مهارت، بازارهای ناکارآ همچنان مبین یک



بازی با برآیند صفر خواهند بود (و با برآیندی منفی بعد از لحاظ کردن هزینه و دستمزد). به عبارت دیگر مالکان دارایی که قادر به انتخاب مطمئن چنین مدیرانی نیستند، بایستی یک موضع معاملاتی شاخص محور را اتخاذ نمایند. هدف اولیه از شکل گرفتن تحقیق حاضر نیز فراهم آوردن امکان سرمایه‌گذاری برای افرادی که یا به دلیل کمبود تجربه و تخصص و یا به علت عدم دستیابی به چنین مدیرانی، از انگیزه لازم برای ورود به بازار سرمایه برخوردار نمی‌باشند، بوده است. با در نظر گرفتن این هدف، مسأله انتخاب پورتنفوی بهینه رديابی‌کننده شاخص با در نظر گرفتن محدودیت عدد صحیح مورد مطالعه قرار گرفت. بدین منظور از سه الگوریتم فرا ابتکاری ژنتیک محور برای انتخاب پورتنفوی بهینه و از شبکه عصبی به منظور آماده‌سازی و شبیه‌سازی داده‌ها بهره گرفته شد. تحلیل مقایسه‌ای انجام شده برتری الگوریتم ژنتیک چند مرحله‌ای را به دلیل دستیابی به پورتنفوهایی با خطای رديابی کمتر به اثبات رساند. نکته قابل توجه در این میان عملکرد مشابه و فراتر از شاخص پورتنفوهایی حاصل از این روش در دفعات مختلف تکرار و در خصوص داده‌های تست است. این در حالی است که در بسیاری از تحقیقات انجام شده [۱۳، ۹، ۵] عملکرد مشابه و پایین‌تر نسبت به شاخص نتیجه بکارگیری الگوریتم‌های پیشنهادی آنها بوده است. از طرف دیگر دقت رديابی آن نیز مشابه و یا بهتر از روشهای ارائه شده در تحقیقات دیگر است. دقت رديابی الگوریتم ژنتیک چند مرحله‌ای در حد  $0/00001$  می‌باشد و این در حالی است که مقدار آن در تحقیقات مشابه [۱۷، ۱۰، ۹، ۵] بین  $0/00001 - 0/001$  متغیر است. علاوه بر موارد ذکر شده نتایج حاصل از ارزیابی عملکرد پورتنفوی در دوره تست، اهمیت بروز رسانی ترکیب آن را منعکس کرد و آن را جزئی جدایی‌ناپذیر از رویکرد سرمایه‌گذاری شاخص محور نشان داد. نظر به محدودیت‌های این تحقیق پیشنهادات ذیل جهت تحقیقات آتی ارائه می‌شود:

۱. در این تحقیق صرفاً بازده سهام عادی به‌منظور تشکیل پورتفوی در نظر گرفته شد، در صورتی که امروزه ابزارهای مالی متنوعی در بورس‌های سراسر دنیا مورد معامله قرار گرفته و در نتیجه در سبد دارایی قرار می‌گیرند. لذا پیشنهاد می‌شود تا الگوریتم فرا ابتکاری طراحی شده در خصوص سبد دارایی‌های متنوع نیز مورد تحقیق قرار گیرد.

۲. لحاظ کردن هزینه‌های معاملاتی و کوشش برای حداقل سازی آن و همچنین تعیین دوره بروزرسانی ترکیب پورتفوی بخشی جدایی ناپذیر از فرایند مدیریت پورتفوی را تشکیل می‌دهند. لذا به پژوهشگران پیشنهاد می‌شود تا با تدوین سناریوهای مختلف تعدیلات لازم در مدل را به‌منظور در نظر گرفتن موارد اشاره شده اعمال کنند و موضوع مدیریت پورتفوی را از تمامی جهات مورد بررسی قرار دهند.

۳. الگوریتم فرا ابتکاری طراحی شده، رویکردی انعطاف پذیر است و علاوه بر قابلیت کاربرد آن در بازارهای سرمایه، در حوزه‌های دیگر مالی نیز می‌تواند مؤثر باشد. برای مثال با استفاده از این روش، اعتبار وام گیرندگان در صنعت لیزینگ از لحاظ میزان تعهد به پرداخت دیون در زمان تعیین شده قابل بررسی است. از دیدگاهی جامع‌تر این روش به‌منظور اعتبارسنجی وام گیرندگان در حوزه‌های مختلف مالی می‌تواند مورد استفاده قرار گیرد. بنابراین بررسی و بکارگیری این روش در سایر حوزه‌ها و مقایسه آن با روشهای سنتی متداول موضوعی ارزشمند برای تحقیقات آتی است.

## منابع

۱. بحر العلوم، محمد مهدی؛ حنیفی، فرهاد و جوادی، بابک (۱۳۸۸)، "تحلیل مقایسه‌ای انتخاب پورتفوی بهینه ردیابی کننده شاخص بورس بر اساس الگوریتم ژنتیک و رویکرد ترکیبی آن با برنامه ریزی کوادراتیک"، پایان نامه کارشناسی ارشد MBA، دانشگاه صنعتی مالک اشتر.
۲. تقوی فرد، محمد تقی؛ منصوری، طاها و خوش طینت، محسن (۱۳۸۶)، "ارائه یک الگوریتم فرا ابتکاری جهت انتخاب سبد سهام با در نظر گرفتن محدودیت عدد صحیح"، فصلنامه پژوهش‌های اقتصادی، سال هفتم، شماره ۴، صص ۴۹-۶۹.
۳. راعی، رضا و تلنگی، احمد، (۱۳۸۳)، "مدیریت سرمایه گذاری پیشرفته"، تهران: انتشارات سمت.
۴. میریک امامی، علیرضا، (۱۳۸۶)، "تعیین توالی عملیات یک خط مونتاژ چند مدلی در استقرار U شکل با استفاده از یک روش کارآمد"، پایان نامه کارشناسی ارشد، گروه صنایع، دانشگاه علوم و فنون مازندران.
5. Beasley, J. E.; Meade, N. AND Chang, T. J, (2003), "An Evolutionary Heuristic for the Index Tracking Problem", *European Journal of Operational Research* , 148, 621-643.
6. Coleman, T. F. ,Y. Li and J. Henniger (2006), "Minimizing Tracking Error while Restricting the Number of Assets", *Journal of Risk* , 8 , 33-56.
7. Corielli, F., and Marcellino, M. (2006), "Factor Based Index Tracking", *Journal of Banking and Finance*, (30), 2215-2233.
8. Jansen, R. and Dijk, R. Van (2002), "Optimal Benchmark Tracking with Small Portfolios", *Journal of Portfolio Management*, 28, 33-39.
9. Jeurissen, R.(2005), "A Hybrid Genetic Algorithm to Track the Dutch AEX-index, Bachelor Thesis, Erasmus University Rotterdam.
10. Larsen Jr., G. and Resnick, B. (1998), "Empirical Insights on Indexing", *The Journal of Portfolio Management* , 25 (1), 51-60.
11. Meade, N. and Salkin, G. (1990), "Developing and Maintaining an Equity Index fund", *Journal of the Operational Research Society*, 41 (7), 599-607.

12. Oh, K.J.; Kim, T.Y. and Min, S. (2005), "Using Genetic Algorithm to Support Portfolio Optimization for Index fund Management", *Expert Systems with Applications* , 28, 371-379.
13. Rafaely, B., and Bennell, J. (2006), "Optimisation of FTSE 100 Tracker Funds:A Comparison of Genetic Algorithms and Quadratic Programming", *Managerial Finance* , 32 (6), 477-492.
14. Rohweder, H. (1998), Implementing Stock Selection Ideas: Does Tracking Error Optimization do any Good", *Portfolio Management* , 24 (3), 49-59.
15. Schoenfeld, A. (2004), "*Active Index Indexin*", Hoboken, N.C: John Wiley and Sons Inc.
16. Sharpe, W. F. (1991), "The Arithmetic of Active Management, *Financial Analyst Journal* , 47 (1), 7-9.
17. Torrubiano, R. and Suarez, A. (2008). A Hybrid Optimization Approach to Index Tracking, *Operational Research*, 166 (1), 57-71.

