

برهان در فلسفه کانت

علی لاریجانی

مقدمه

نظریه کانت در فلسفه ریاضی بر چند امر استوار است:
 ۱. قضایای ریاضی تألیفی و ما تقدم هستند.
 ۲. قضایای ریاضی مبتنی بر شهود می‌باشند.
 ۳. روش ریاضی بر تعاریف، اصول متعارف و برهان مبتنی است.

در این مقاله فقط به نظریه کانت در باب برهان پرداخته خواهد شد. کانت در بخش «انضباط عقل محض در کاربرد جزمی» تفاوتی میان دو واژه قائل شده است. تفاوت میان واژه Demonstration و واژه Discursive. به نظر وی -Demonstration معنای واقعی برهان دارد که در ریاضیات بکار می‌رود؛ و واژه Discursive به معنای استدلال منطقی برای فلسفه کاربرد دارد. این نوع نگرش معمول نبوده و بیشتر متفکران، ساحت فلسفه و ریاضیات را از نظر ابتدای هر دو معرفت بر برهان، قریب به هم می‌دانسته و می‌دانند. بنابراین، باید دقیق‌تر فهم نمود که مبنای این تمایز چیست و به طور دقیق مقصود کانت از برهان و استدلال منطقی چه مطلبی است؟

کانت در مقام بیان تفاوت میان این دو واژه می‌گوید: «شناخت فلسفی همیشه امر کلی را به نحو مجرد مورد بررسی قرار می‌دهد (از طریق مفاهیم)، اما شناخت ریاضی می‌تواند امر کلی را به نحو انضمامی (در یک شهود منفرد) ملاحظه کند و این کار را از طریق تمثیل ماتقدم و محض به اندیشه درمی‌آورد و از این طریق تمام خطاها فوراً آشکار می‌شود. من ترجیح می‌دهم شناخت فلسفه را دلایل منطقی (Dicursive) بنامم تا شناختی برهانی (Dem-onstration). زیرا این شناختها فقط از راه واژه‌های صرف (از





شهود از نظر کانت براساس آنچه در نقد عقل محض و تمهیدات آورده است
نوعی «تمثل» است. همان چیزی است که به لسان دکارت و لاک
«تصور» می‌نامیم.

طریق این که شیئی در فکر وجود دارد) طی طریق می‌کند، در حالی که شناختهای برهانی که خود این واژه‌ها
نمایانگر آنهاست، از طریق شهود شیء به پیش می‌رود.» (A۷۳۵/B۷۶۲)
وی همچنین در (A۷۳۴/B۷۶۲) می‌گوید: «یک دلیل یقینی، فقط تا آنجا که شهودی باشد، یک برهان
(Demonstration) خوانده می‌شود.»

کانت با این توضیحات نتیجه می‌گیرد که: «تنها ریاضیات براهین Demonstration است، چون ریاضیات
شناخت خود را از مفاهیم اخذ نکرده، بلکه شناخت ریاضی از طریق ساختن مفاهیم است، یعنی مبتنی بر شهودی
است که به نحو ما تقدم و در تطابق با مفاهیم به ما داده شده است. حتی جبر به وسیله معادلاتش پاسخ صحیح را
همراه با دلیل آن از طریق تحول (reduction) استخراج می‌کند، هر چند در واقع ساختن جبری ساختن هندسی
نیست، اما ساختنی با ویژگی خاص آن علم است (از طریق علائم و سمبل‌ها)، در جبر مفاهیم و بخصوص روابط
کمیات نیز علائم و نمادها در شهود متمثل می‌شوند.» (A۷۳۵/B۷۶۳)

نکته نخست: این است که مقصود کانت از شهود در برهان چیست که برهان Demonstration را از
استدلال منطقی فلسفی (Discursive) جدا کند؟ و آیا این همان شهودی است که در بحث استعلایی کانت
آمده است؟

شهود در ادبیات فلسفی کانت به شهود اشیا و موضوعات بیرونی و درونی انسان و شهود محض در مبحث
استعلایی و شهود در موضوعات ریاضی مربوط می‌گردد. اینکه آیا شهود در این مقولات از یک سنخ است و یا
تفاوتهایی دارد، خود موضوع بحث‌انگیزی است. اما شهود از نظر کانت چیست؟

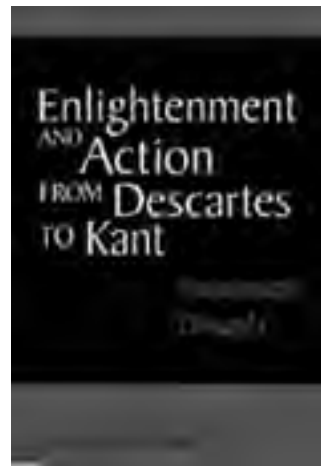
معنای شهود

شهود از نظر کانت براساس آنچه در نقد عقل محض و تمهیدات آورده است نوعی «تمثل» است «تمثلی
خاص» یا «Vorstellung». همان چیزی است که به لسان دکارت و لاک «تصور» می‌نامیم. در واقع، شهود،
یکی از راههای مقدماتی است که ذهن با اشیا ارتباط پیدا می‌کند و از آن آگاه می‌شود.

«شناخت به هر شیوه و به هر واسطه‌ای که به موضوع یا متعلق شناسایی مربوط باشد، در هر حال چیزی که
شناخت از راه آن مستقیماً به موضوع مربوط می‌شود و چیزی که اندیشیدن تماماً متوجه آن است، شهود است، ولی
شهود تنها تا آنجا را در بر می‌گیرد که به ما متعلق (موضوعی) داده شود و این امر به نوبه خود (دست کم برای ما
انسانها) تنها تا آنجا ممکن است که موضوع به نحو معین بر ذهن تأثیر گذارد. توانایی دریافت تصورها به شیوه‌ای
که ما به وسیله موضوعات (اشیا) متأثر می‌شویم، حساسیت نامیده می‌شود. بنابراین به واسطه حساسیت است که
موضوعات به ما داده می‌شود و تنها حساسیت است که شهودها را برای ما فراهم می‌سازد. ولی موضوعات به وسیله
فاهمه اندیشیده می‌شود و از مفهوما زاییده می‌گردد، اما اندیشیدن سراسر باید، خواه مستقیم یا به واسطه برخی
نشانه‌ها سرانجام به شهود و در نتیجه نزد ما به حساسیت مربوط می‌شود.»

(A۱۹/B۳۳)

از نظر کانت، شناخت و معرفت انسان یا بر شهود استوار است یا مفهوم. شهود بی‌واسطه به شیء یا متعلق





کانت زمان و مکان را دو شهود محض می‌داند که عالم پیوند دهنده شهود تجربی در فاهمه می‌باشد و همین دو شهود هستند که همه شناختهای برهانی و ضروری ریاضیات بر آنها مبتنی است.



شناسایی مربوط می‌شود و شخصی و منفرد است. حال آنکه در مفهوم، صورتی بدان ارجاع می‌شود که ممکن است چندین شیء در آن اشتراک داشته باشند. کانت در (A320/B370) بر این نکته تأکید دارد: «مفهوم، با واسطه - یعنی به واسطه نشانه‌ای که برای چندین شیء مشترک تواند بود - با شیء یا متعلق شناسایی ارتباط می‌یابد.» کانت در مقالات منطقی خود نیز به تعبیری دیگر این نظر را توضیح داده است: «تمام انواع شناسایی - یعنی تمام تمثیلاتی که به معرفت اشیا مربوط می‌شود - یا شهودند یا مفاهیم. شهود، تمثیلاتی شخصی یا منفرد است. مفاهیم، تمثیلاتی کلی است.»

از این رو می‌توان نتیجه گرفت که از دید کانت، شهود از دو نظر، در مقابل مفاهیم قرار دارند:

۱. شهود مستقیماً به اشیا مربوط است و مفاهیم با واسطه

۲. شهود شخصی و منفرد است و مفاهیم کلی

نکته دیگر: نظریه کانت در باره شهود محض است. به نظر وی، شهودی که از راه احساس حاصل می‌شود، ماده نخستین پدیدار است و امری را که باعث وحدت کثرات پدیدار در نسبت‌های معینی می‌شود، صورت پدیدار می‌نماید و این صورت باید به نحو ما تقدم در ذهن آماده باشد. کانت این صورت‌های عام را شهود محض می‌نامد: «من همه تصورهایی را که در آنها هیچ چیز که از آن احساس باشد، یافته نشود، تصورهایی محض می‌خوانم. پس صورت محض شهودهای حسی که در آن، تمامی کثرات پدیدارها در نسبت‌های معینی شهود می‌شود، عموماً باید به نحو ما تقدم در ذهن وجود داشته باشد. این صورت محض احساس، خود همچنین می‌تواند شهود محض نامیده شود.» (B343/35/a20/a21)

کانت زمان و مکان را دو شهود محض می‌داند که عالم پیوند دهنده شهود تجربی در فاهمه می‌باشد و همین دو شهود هستند که همه شناختهای برهانی و ضروری ریاضیات بر آنها مبتنی است. زیرا باید مفاهیم ریاضیات محض ابتدا در شهود محض متمثل گردند و به عبارت دیگر ساخته شوند. هندسه از راه شهود محض مکان شکل می‌گیرد و مفاهیم اعداد از طریق افزایش متوالی آحاد در شهود زمان، ساخته می‌شود. در ضمن کانت معتقد است که موضوعات حساب و هندسه توسط یک حرکت پیوسته در شهود زمان و مکان ساخته می‌شود. البته شهود پیوسته‌ای که در موضوعات حساب و هندسه از طریق حرکت فراهم می‌آید، نوعی پیوستگی ظاهری و عادی است که با پیوستگی ریاضی تفاوت زیادی دارد، مثلاً در شهود معمولی میان پیوستگی درجه یک یعنی فشردگی (densness) و پیوستگی درجه دو، یعنی پیوستگی کامل (continuity) نمی‌توان تفاوت قائل شد.

از سویی، آن ظهور و بروز که در پیوستگی متعارف، مد نظر کانت است، در حد عملیات محدود رخ می‌دهد، اما وقتی عملیات ریاضی نامحدود شد، نمی‌توان این نظریه را قابل مطرح دانست. منحنی کوچ (Koch) نمونه‌ای از این امر است.

کانت با تصور شهود معمولی عملاً میان مشتق‌پذیری و پیوستگی تفاوت چندانی قائل نمی‌شود و می‌گوید: «حرکت پیوسته یک نقطه بر روی تمام اضلاع یک مثلث ناممکن است.» (4, 300-5-5)

در واقع کانت، منحنی کوچ را پیوسته نمی‌داند، حال آنکه این منحنی مشتق‌پذیر نیست، اما پیوستگی به معنای



دقیق ریاضی دارد.

از سوئی، کانت با اتصال شناخت ریاضی به صورت حساسیت، در واقع تلاش کرد عینیت ریاضیات را به ثبوت برساند. یعنی برای نظریه صدق ریاضی کانت، نیازی به رجوع به عالم خارج نیست، باید انطباق در صورت حساسیت صورت پذیرد.

به دلیل اهمیت شهود در بنای متافیزیکی کانت، وی بحث شهود را در مباحث اولیه کتاب نقد عقل محض آورده است و دلیل زیادی در شهود محض زمان و مکان ارائه نموده است. نکته سوم این است که کانت در انتهای کتاب نقد عقل محض، در فصل «انضباط عقل محض در کاربرد جزمی» بحث شهود را محور تمایز فلسفه و ریاضیات دانسته است که هم در قلمرو موضوعات و هم روش مدخلیت دارد.

«شناخت فلسفی، شناخت عقل است به مدد مفاهیم و شناخت ریاضی، شناختی است به وسیله ساختن مفاهیم. ساختن یک مفهوم عبارت است از تمثیل ماتقدم شهودی که مطابق و متناظر با مفهوم باشد.

برای چنین هدفی، شهود غیر تجربی مورد نیاز است که همانند شهود تجربی یک شیء جزئی است، اما علی‌رغم این، به عنوان ساخت یک مفهوم (یک تصور کلی) باید برای تمام شهودهای ممکن که تحت این مفهوم قرار می‌گیرند، اعتبار داشته باشد.»^۲ (AV۱۳/BV۴۱)

این تعابیر در ظاهر تا حدی متفاوت از مطالب شهود در حسیات استعلایی است. چرا که در بحث حسیات استعلایی، شهود خصوصیات بی‌واسطه بودن، جزئی و منفرد و مشخص بودن را در برداشت؛ و در این مبحث، شهود خصوصیات یک تصور کلی را پیدا می‌کند که قابل تطبیق بر موضوعات مختلف است، مثلاً شهود مثلث همان قابلیت‌های یک تصور کلی را دارد.

و همین امر باعث شد تا افرادی نظیر هینتیکا (Hintikka) این نظر را ارائه دهند که معنای شهود در بخش انضباط عقل محض در کاربرد جزمی متفاوت از معنای شهود در حسیات است! و اصولاً نظریه شهود در فصل «انضباط عقل محض در کاربرد جزمی» نسبت به حسیات استعلایی حالت پسینی ندارد، بلکه به طور سیستماتیک حالت پیشینی دارد.^۳

آیا شهود «در حسیات استعلایی» و «انضباط عقل محض در کاربرد جزمی» به یک معناست؟ به دلیل تنابری ظاهری مفهوم شهود در این دو بخش، هینتیکا در رساله کانت و شیوه ریاضی معتقد است که لازم نیست شهود را در این مبحث (مباحث مربوط به روش ریاضی) به عنوان چیزی که در تخیل عرضه می‌شود، در نظر آوریم و این مراد و مفهوم اصلی مورد نظر کانت نیست. عبارتی که در سلسله مقالات منطقی کانت آمده است، می‌تواند مبنا قرار گیرد. یعنی هر صورت عقلی یا ایده‌ای که از مفاهیم کلی متمایز باشد، یک شهود محسوب می‌شود.

در واقع مبنای استدلال هینتیکا این است که رابطه شهود و حساسیت، یک رابطه منطقی و ضروری نیست، یعنی ممکن است شهودی وجود داشته باشد که از راه حساسیت حاصل نشده باشد. (یعنی امکان منطقی دارد.)

«کانت در سرتاسر کتاب نقد عقل محض اصرار دارد که غیرقابل درک نیست که موجودات دیگر از راههای دیگری غیر از حواس به شهود برسند.»^۴ از نظر کانت رابطه میان حساسیت و شهود چیزی است که باید آن را ثابت کرد، نه آنکه فرض نمود.^۵

براهین وی در این مورد (در مورد انسانها) در بحث حسیات استعلایی مطرح

شده است.

بنابراین، حق داریم رابطه میان حساسیت و شهود را تنها در بخشهایی از سیستم کانت در نظر بگیریم که از نظر منطقی نسبت به حسیات استعلایی مؤخرند یا حالت پسینی دارند.

حداقل نظر هینتیکا این است که می‌توان بحث روش ریاضی یا نظریه «ساختن» کانت را بدون در نظر داشتن



رابطهٔ حسیات با شهود و تعریف خاصی که در شهود داریم، مطرح کرد.

«روش‌شناسی کانت در ریاضیات، مقدم بر مسائل مطروحه در رابطهٔ حسیات و شهودهاست و باید مستقل از آن مباحث، بر همین خود را شکل داد.»^۶

به این نحو، از دید هینتیکا شهود مورد نظر کانت باید تمثلی در نظر گرفته شود که از مفاهیم کلی تمایز نیست تا بتوان مسائل حساب و جبر را در نظریهٔ کانت حل کرد.

«اگر مفهوم شهود را به عنوان یک تمثیل خاص - غیر تمایز این مفاهیم کلی - مدنظر داشته باشیم، بسیاری از مسائل مطروحه کانت حالت طبیعی پیدا می‌کند و بالعکس اگر شهود را به معنای تصویر در برابر چشم ذهن یا چیزی از این قبیل بدانیم، آن گاه نظریه جبری کانت و نظریه حسابی کانت با مشکل مواجه می‌شود.»

نظریه هینتیکا هر چند تلاش معقول جالبی است، اما با کل سیستم نظری کانت هماهنگ نیست. زیرا دلایل زیادی وجود دارد که نشان دهد نظر کانت در به کاربردن لفظ شهود (intuition) در فصل «انضباط عقل محض در کاربرد جزمی» با آنچه وی در حسیات مد نظر داشته، یکسان است. به عنوان مثال، کانت وقتی از شیوهٔ برهانی ریاضی سخن می‌گوید و آن را با استدلال منطقی فلسفی مقایسه می‌کند، مهم‌ترین عامل ارجحیت برهان ریاضی را بر استدلال فلسفی در این می‌بیند که چون اصول متعارف ریاضی به صورت شهود بی‌واسطه درک می‌شوند، و وقتی قضیه‌ای با چند واسطه به این شهود متصل می‌شود، تمام استنتاج به صورت امری واضح و روشن (به وضوح یک شهود) است و اگر تلقی هینتیکا را بپذیریم، رجحان و مزیت استدلال ریاضی نسبت به استدلال فلسفی چندان روشن نخواهد بود.

کانت با صراحت می‌گوید: «تمام معرفت در نهایت به شهودهای ممکن مربوط می‌شوند. زیرا تنها از این راه است که اشیا به ذهن عرضه می‌شوند. یک مفهوم ماتقدم یا غیرتجربی یا شامل یک شهود محض است که بدین طریق آن مفهوم ساخته می‌شود و یا شامل چیزی جز تألیف شهودهای ممکن نخواهد بود که روشن است این شهودها ماتقدم‌اند. در مورد اخیر بدین طریق می‌توان احکام ماتقدم تألیفی ایجاد کرد، البته فقط به روش برهانی و نه به صورت شهودی و به وسیلهٔ ساختن مفاهیم. تنها شهود محض که همان صورت محض پدیدارهاست، مکان و زمان است. مفاهیم زمان و مکان به عنوان کمیت‌ها می‌توانند به نحو ماتقدم در شهود متمثل شوند، یعنی ساخته شوند، حال یا همراه با کیفیت آنها (شکل آنها) و یا به صورت کمیت محض (تألیف محض امور مشابه) به وسیلهٔ عدد.» (A۹۲۰/B۷۸۴)

این عبارتها کاملاً روشن می‌کند که مقصود کانت از شهود در فصل انضباط عقل محض در کاربرد جزمی با شهود و حسیات استعلایی هماهنگ است و در بررسی آرای یک متفکر قاعدتاً باید اصل را در هماهنگی استعمال واژه در فصول مختلف دانست مگر دلایل روشنی ارائه شود که در بحث هینتیکا مشاهده نمی‌شود.

اما چنانچه این نظر پذیرفته نشود، مشکل تفاوت شهود در موضوعات و روش ریاضی و شهود در حسیات همچنان باقی می‌ماند که یکی کلیتی شبیه به مفاهیم دارد (در موضوعات و روش ریاضی) و دیگر جزئی و شخصی است (در حسیات استعلایی). نقطهٔ کلیدی در این بحث، استقرار ریاضیات بر شهود محض زمان و مکان است که این شهود، کلیت مورد نظر کانت در موضوعات و روش ریاضی را فراهم می‌نماید. چه به نظر کانت در شهود مکان ما با یک مفهوم تجربی مواجه نیستیم، بلکه با تصویری ضروری و ماتقدم سر و کار داریم که حتی می‌توان اندیشید هیچ متعلق شناسایی یا شیئی وجود نداشته باشد، ولی نمی‌توان تصور کرد که مکان وجود نداشته باشد (B۳۹) و انسان فقط یک مکان واحد را به تصور می‌آورد و اگر از مکانهای بسیار سخن می‌گوید، غرضش بخشهای همه مکان یگانه است. (A۲۵) از این رو، شهود مکان، قابلیت در برگیری شهود مکانهای بسیار را دارد ضمن اینکه با مفهوم کلی هم متفاوت است. زیرا، مفهوم کلی میان توده‌ای بی‌نهایت از مفاهیم مشترک است، ولی مفهوم مکان، انبوهی از تصورها را در درون خود گنجانده است. (B۴۰)

از این رو، می‌توان نتیجه گرفت که از دید کانت، شهود موضوعات ریاضی هر چند قابلیت در برگیری کثیر را دارد - مثلاً شهود یک مثلث در ذهن، قابلیت انطباق بر بی‌نهایت مثلث را دارد - اما مانند مفهوم کلی انسان، کارکرد ندارد که امری مشترک میان مصادیق انسانهاست، و مفهوم انسان به طور مساوی برای همهٔ آنها قابل استفاده می‌باشد. در حالی که شهود مثلث بدون لحاظ یکسانی، قابل بهره‌برداری است و فقط برای وصول به نتیجه جنبه ابزاری دارد.

شهود و برهان

به نظر می‌رسد کانت با همین دیدگاه از شهود است که معتقد است روش ریاضی و روش فلسفی از یکدیگر

اصول موضوعه در نظر
ابن‌سینا باید در علم دیگری
اثبات شوند و در نظر
کانت با تمسک بر شهود
امکان‌پذیر است.



تمایز دارند و این تمایز هم در تعاریف و هم در اکسیوم‌ها و هم در روش ساری و جاری است؛ و نقطه تمایز آنها نیز در موضوع شهود نهفته است، یعنی تعریف در ریاضی به دلیل ابتدا بر شهود، قابل ساختن در ذهن است، اما فلسفه به دلیل بهره‌گیری از مفاهیم نمی‌تواند بر تعاریف مبتنی باشد. کانت یادآور می‌شود که در زبان آلمانی کلمه «Erklärung» معادل کلمات مختلفی است:

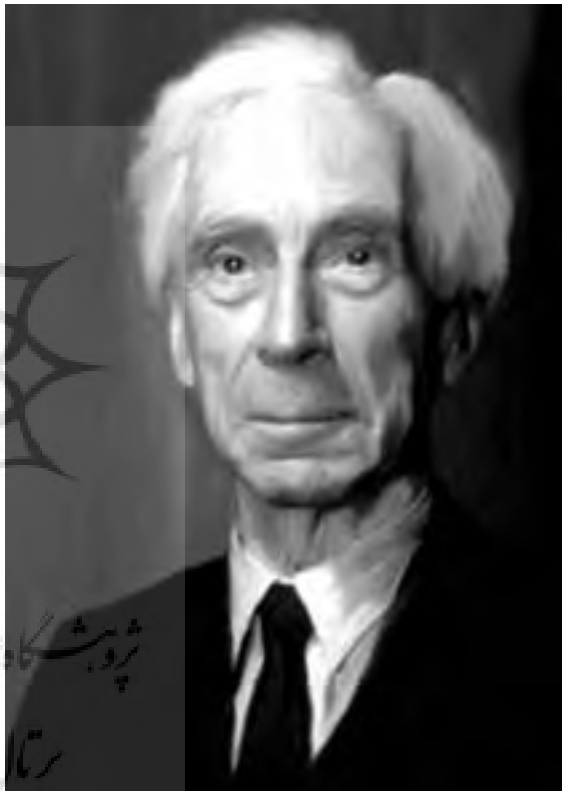
Exposition عرضه، نمایش

Explanation توضیح

Declaration اعلام و بیان

Definition تعریف

به نظر کانت، گاهی تصور می‌شود که در فلسفه از تعاریف استفاده می‌کنیم، در حالی که تلاش فلسفی چیزی جز تفسیر مفاهیم یا Exposition نیست. از دید کانت هیچ یک از مفاهیم ماتقدم، مانند: علت، حق، انصاف و غیره، قابل تعریف نیستند: «زیرا من هرگز نمی‌توانم مطمئن باشم که نزد من تصورات روشنی از یک مفهوم داده شده - که هنوز ممکن است آشفته باشد - به طور کامل معلوم گردد، مگر اینکه بدانم مساوی و منطبق با خود شیء است، اما چون مفهوم شیء همچنان که داده شده، شامل تصورات مبهم بسیار است که ما در تحلیل خود از آنها چشم می‌پوشم - هر چند همواره در کاربرد آن مفاهیم از آنها استفاده می‌کنیم - لذا تمامیت و جامعیت تحلیل مفهوم مورد نظر همیشه محل تردید است و فقط از راه مثالهای مناسب متعدد می‌توان به جامعیت و یا تمامیت احتمالی تحلیل دست یافت، اما هرگز به یقین قطعی در این باب نایل نمی‌شویم. من ترجیح می‌دهم به جای واژه تعریف، واژه تفسیر (Exposition) را بکار برم.» (A۷۲۹/B۷۵۷)



کانت منکر این معنا نیست که در فلسفه می‌توان مفاهیم کلی ماتقدم را تحلیل کرد، اما بر این عقیده است که این تحلیل که در آغاز راه فلسفه است، ناقص و ناتمام است و زمانی کمال می‌یابد که ما به انتهای یک تحقیق فلسفی می‌رسیم. اما در تعریف ریاضی کانت معتقد است چون ساختنی است. از این رو، همیشه مفهومی که خود ساخته‌ام، قابل تعریف است. «زیرا شیئی را که ریاضیات مورد مطالعه قرار می‌دهد، به نحو ما تقدم در شهود متمثل است و قطعاً این شیء نمی‌تواند چیزی بیشتر یا کمتر از مفهوم را در خود بگنجاند. چه از طریق تعریف شیء است که مفهوم شیء داده می‌شود. یعنی مبدأ اصلی مفهوم شیء، تعریف آن است.» (A۷۲۹/b۷۵۷)

در اصول متعارف نیز کانت بر همین عقیده است که ریاضیات به دلیل ابتدا بر شهود، می‌تواند اصول متعارف داشته باشد و به همین دلیل، فلسفه فاقد اصول متعارف است.

به نظر کانت اصول متعارف باید سه ویژگی داشته باشد:

۱. ماتقدم و تألیفی باشند. لذا برخی احکام که ممکن است جزء اصول علمی باشند، به دلیل تحلیلی بودن جزء اصول متعارف قرار نمی‌گیرد، مانند $(a=a)$ و یا

$$(a+b>a)$$

۲. باید قطعیت آنها بی‌واسطه باشد.

۳. اصول متعارف نیازمند قیاس نیستند.

با این خصوصیات، کانت معتقد است فلسفه نمی‌تواند دارای اصول متعارف باشد. زیرا هر چند در فلسفه، احکام تألیفی ماتقدم داریم، ولی قطعیت آنها به واسطه خود مفاهیم نیست، بلکه واسطه‌ای نیاز دارند.

«برای عبور از یک مفهوم به مفهوم دیگر، امر سومی بایست تا واسطه شناخت ما قرار گیرد. در فلسفه چون شناخت، صرفاً بر مفاهیم مبتنی است، هیچ اصلی به عنوان اکسیوم در آن نمی‌توان یافت. از طرف دیگر، ریاضیات می‌تواند اصول متعارف داشته باشد. چه با ساختن در شهود شیء می‌تواند محمولات شیء را به صورت ماتقدم و بی‌واسطه به هم مربوط کند. مثل این قضیه که از سه نقطه همیشه یک صفحه می‌گذرد.

در مقابل یک اصل تألیفی که تنها از مفاهیم حاصل می‌شود، هرگز نمی‌تواند قطعیت بی‌واسطه داشته باشد،



مثل این قضیه که «هر حادثی علتی دارد.» در اینجا من باید به دنبال چیز سوم باشم، یعنی شرط تعیین زمان در یک تجربه. لذا نمی‌توان به چنین اصل مستقیماً و بی‌واسطه و صرفاً از طریق مفاهیم، معرفت حاصل کرد.» (A۷۶۱/B۷۳۳)

هر چند در این نظر کانت بحث و کلام بسیار است بویژه آنجا که حساب را فاقد اصول متعارف می‌پندارد! مشکلات کار برای ریاضیات بیشتر می‌شود. همچنین در اینکه فلسفه بدون اکیسوم است، می‌توان مناقشه نمود. اما روشن است که کانت اکیسوماتیک بودن ریاضیات را مبتنی بر شهودی بودن اکیسومها می‌داند. به همین نحو، کانت ظهور بلاواسطه و بداهت اجزای برهان در شهود را از جمله خصوصیات برهان می‌داند. زیرا آن علتی که ریاضیات را برای کانت دارای خصوصیتی برهانی کرده است، این است که قضایای ریاضی مبتنی بر شهودند و صحت آنها به نحو روشنی برای انسان واضح است.

«بنابر این بیهوده است که دربارهٔ مثلث فلسفه‌بافی کنیم، یعنی به شیوهٔ برهانی به تأمل دربارهٔ آن بپردازیم. چه به چیزی بیش از خود تعریف که از آن آغاز کرده ایم، نخواهیم رسید.» (A۷۱۹/B۷۴۷)

اما سؤال این است که آیا بحث شهود که کانت آن را در برهان تسری داده است، واقعاً به ساختار برهان مربوط می‌شود یا فقط به شهودی بودن اکیسومها؟ آنچه از مطالب کانت مستفاد می‌گردد شهود در برهان این ویژگی را دارد که صحت هر قضیهٔ ریاضی را می‌توان به وضوح در شهود ملاحظه کرد. اما آیا هر قضیهٔ ریاضی مستقیم به شهود مربوط می‌شود؟

روشن است که هر قضیهٔ ریاضی در سلسله‌ای از استنتاجات منطقی به اصول متعارف می‌رسد و چون اصول متعارف ریاضی بر اساس تئوری کانت شهودی هستند، همهٔ این سلسله نیز نزد ذهن به صورت شهودی روشن خواهد بود. یعنی کل استدلال ریاضی از ابتدا تا انتها، هر چند با چند واسطه، در ذهن انسان واضح و آشکار خواهد بود.

حال سؤال این است آیا بحث شهودی برهان ریاضیات به ساختار برهان مربوط است یا فقط به شهودی بودن اکیسومهای ریاضی؟ آنچه در مباحث کانت مطرح است در نهایت به شهودی بودن اصول متعارف ربط پیدا می‌کند، نه ساختار برهان. اگر این رأی صائب باشد، تمایز برهان *Demonstration* از استدلال منطقی *Discursive* تمایز ماهوی نخواهد بود، بلکه به شهودی بودن مقدمات استدلال قیاسی ربط پیدا می‌کند، نه ساختار برهان.

برهان در منطق مشائی

فلاسفه‌ای چون ارسطو، ابن سینا، فارابی و... در باب برهان، بسیار سخن گفته‌اند. ابن سینا در کتاب شفاء در مقام تعریف، برهان را قیاس تألیف یافته و یقینی می‌داند: «فالبرهان قیاس مؤتلف یقینی» که یقینی بودن هم می‌تواند به نتیجهٔ برهان مربوط گردد و هم به مقدمات برهان. گرچه اگر یقینی بودن نتیجه را نیز فرض نماییم، ناچار باید مقدمات را نیز یقینی بدانیم. اما شیخ‌الرئیس معتقد است یقینی بودن به مقدمات ربط پیدا می‌کند.

گویا تحریفی در این عبارت رخ داده و اصل عبارت باید چنین باشد: «البرهان قیاس مؤتلف من یقینات.» یعنی برهان قیاسی است که از مقدمات یقینی تألیف یافته است. چرا که مقدمات جزء ساختار برهان محسوب می‌شوند و نتیجه خارج از ساختار برهان است. از این‌رو، اولی است که در تعریف برهان، وصف یقینی به ذات موصوف ربط پیدا کند، نه متعلق موصوف. برهان عبارت است از مجموع صغری و کبری و نتیجهٔ برهان جزء برهان محسوب نمی‌شود، بلکه خارج از برهان است. لذا تعریف برهان، قیاسی تألیف یافته از مقدمات یقینی خواهد بود.

در فلسفهٔ مشاء در مورد یقینی بودن مبدأ برهان دو گونه وضع قائلند: گاهی مبدأ به طور کلی برای همه علوم است؛ و گاهی مبدأ برهان برای یک علم خاص. ابن سینا معتقد است مدئی که برای همهٔ علوم به کار می‌آید، مقدمه‌ای است که اصلاً دارای حد وسط نیست، یعنی به گونه‌ای است که نسبت محمول آن به موضوعش (چه ایجابی و چه سلبی) حد وسط ندارد. اما آنچه در مورد یک علم خاص، مبدأ برهان محسوب می‌شود، فی نفسه می‌تواند دارای حد وسط باشد.

در نظر ابن سینا این دو قسم، هر دو مبدأ برهان محسوب می‌شوند. قسم اول را اصول متعارفه می‌نامند و قسم دوم را اصول موضوعه که اصول موضوعه به عنوان مبدأ برهان در درون یک علم یقینی محسوب می‌شود و کارکرد مشابه اصول متعارفه دارد، اما فی حد ذاته نیاز به اثبات دارد و باید در درون علم دیگری اثبات شود. ابن سینا معتقد است که ممکن است در علمی به اصول موضوعه احتیاج نباشد. مثلاً علم حساب، مبادی تصویریه دارد و مبادی تصدیقیه‌اش فقط اولیات است که از اصول متعارف به حساب می‌آیند، ولی هندسه علاوه بر حدود، هم محتاج اصول متعارفه است و هم محتاج اصول موضوعه.



براور

«براور» (Brouwer)

نیز معتقد است با شهود

زمان می‌توان

ریاضیات را بنا نمود

(اعم از حساب و هندسه).

وی حرکت در زمان را

شهودی ماتقدم از

زمان می‌داند.



جاکو هینتیکا

«و لیست الاصول الموضوعه تستعمل فی کل علم، بل من العلوم ما يستعمل فیها الحدود و الاولیات فقط کالحساب؛ واما الهندسه فیستعمل فیها جمیع ذلك؛ و العلم الطبیعی أيضاً قد يستعمل فیہ جمیع ذلك ولكن مخلوطاً غیر ممیز.»^۷

نکته قابل توجه این است وقتی کانت از اکسیوم‌های ریاضی (Axiom) سخن می‌گوید، واژه مورد استعمال وی شامل اصول متعارفه و اصول موضوعه در تعبیر ابن‌سینایی می‌شود و بلکه منحصر در اصول موضوعه است. «البته برخی اصول دیگر که مفروض هندسه‌دانان است، حقیقتاً تحلیلی و مبتنی بر اصل امتناع تناقض است، لیکن استفاده از آنها به عنوان قضایای اتحادی منحصراً برای ایجاد اتصال در زنجیره روش است و اصل محسوب نمی‌شود. از این قبیل است قضیه الف = الف که به معنی آن است که هر کلی مساوی خودش است یا الف > (ب+الف) که به معنی آن است که کل بزرگتر از جزء خود است. با این حال، حتی همین قضایا با آن که بر حسب صرف مفاهیم، صادق است، تنها از آن جهت در ریاضیات مورد قبول است که تمثیل آنها در شهود میسر است.»^۸ روشن است که این اصول موضوعه در نظر ابن‌سینا باید در علم دیگری اثبات شوند و در نظر کانت با تمسک بر شهود امکان‌پذیر است؛ لذا نقطه افتراق در نظریه برهان صرفاً به این خصوصیت باز می‌گردد و در ساختار برهان یعنی بکارگیری قیاس یقینی تفاوتی ندارد. بنابر این می‌توان گفت وجه تمایز برهان Demonstration و استدلال نطقی Discursive محدود به شهودی بودن یا شهودی نبودن اکسیوم‌های ریاضی و فلسفه باز می‌گردد.

نکته جانبی جالب در بحث ابن‌سینا عدم ابتدای حساب بر اصول موضوعه است که شباهت با رأی کانت در فقدان اکسیوم برای علم حساب دارد.

آنچه به کمیت مربوط می‌شود (quantitas)، یعنی آنچه به پاسخ این پرسش مربوط می‌گردد: «اندازه یا کمیت یک چیز چقدر است؟» هیچ اصل متعارفی به معنای خاص آن وجود ندارد، هر چند گزاره‌های زیادی در این زمینه وجود دارد که هم تألیفی و هم بی‌واسطه مسلم و قطعی است. زیرا گزاره‌هایی به این شکل که «اگر به مقادیر مساوی افزوده شود یا اگر از مقادیر مساوی، مقدار مساوی اضافه یا کسر گردد، نتیجه برابری حاصل می‌شود، گزاره‌های تحلیلی هستند. زیرا من بدون واسطه از برابری تولید یک کمیت با تولید دیگر آگاه هستم ولی اصول متعارف باید گزاره‌های تألیفی و ماتقدم باشند. از طرف دیگر هر چند درست است که گزاره‌های بدیهی نسبت‌های عددی تألیفی هستند اما نظیر نسبت‌های هندسی کلی نیستند. به همین دلیل نسبت‌های عددی، اصول متعارف نیستند.» (۱۶۵/۲۰۴ - ۱۶۳-۲۰۶)

بدین صورت کانت، در مورد حساب، هر دو گونه گزاره را - که در این بخش از آن یاد کرده است - جزء اصول متعارف نمی‌داند، سنخ اول از گزاره‌ها، نظیر «اگر از دو کمیت مساوی یک مقدار مساوی کم یا زیاد شود، نتیجه برابر است» را قضیه‌ای تحلیلی می‌داند. لذا جزء اصول متعارف نخواهند بود و سنخ دیگر نظیر $(۱۲ = ۷ + ۵)$ هر چند تألیفی است لیکن گزاره‌ای عام نیست، بلکه منفرد است. یعنی مثل این گزاره که «از سه خط که مجموع دوتای آنها بزرگتر از سومی باشد، می‌تواند مثلثی درست کرد» نیست، زیرا این قضیه کلیت دارد.

سؤال این است. آیا سنخ دیگری از قضایا در حساب وجود ندارد که بتوان آن را از جهت کلیت جزء اصول موضوعه حساب دانست؟ به حسب قرآنتی که در کتابهای کانت یافت می‌شود و تصویری که وی از حساب دارد، کانت قائل به چنین قضایایی نیست.

ولی جای بسی شگفتی است که کانت در بخش «انضباط عقل محض در کاربرد جزمی» اصول متعارف را برای کل قلمرو ریاضیات قبول کرده است، اما بهترین عبارتی که فقدان اصول متعارف را برای حساب بیان می‌کند، در نامه‌ای است که کانت برای شولتز (Shultz) نوشته است: «حساب به طور مشخص و مسلم فاقد اصول متعارف است. چون در یک کلام دارای کمیتی نیست، یعنی موضوع شهودی (به عنوان کمیت) ندارد، بلکه کمیتی که در حساب با آن سر و کار داریم، مفهوم خیری است که از راه تعیین «کمیت» با مقدار (Magnitude) بدست آمده است.»^۹

فریدمن بر این نظر است که کانت میان حساب محض و حساب کاربردی تفاوت قائل شده است.^{۱۰} اما این نظریه کاملاً قابل مناقشه است. چه کانت وقتی از حساب و هندسه صحبت می‌کند، مقصودش یک چیز بیشتر نیست و آن علم حساب و هندسه محض است و حوزه تأملات کانت در مقوله ریاضی، به هیچ وجه شباهتی با ریاضیات کاربردی از سنخ ریاضیات مصریان و بابلیان ندارد. در ثانی، اینکه کانت علم مکانیت را با زمان مربوط دانسته و فریدمن از این امر نتیجه گرفته است که علم حساب محض باید به زمان نپردازد، برداشت صحیحی

افراد نظیر هینتیکا

این نظر را

ارائه داده اند که

معنای شهود

در بخش انضباط

عقل محض

در کاربرد جزمی

تفاوت از معنای

شهود در

حسیات

است.



فریدمن

فریدمن بر این نظر است که کانت میان حساب محض و حساب کاربردی تفاوت قائل شده است. ۱۷ اما این نظریه کاملاً قابل مناقشه است. چه کانت وقتی از حساب و هندسه صحبت می‌کند، مقصودش یک چیز بیشتر نیست و آن علم حساب و هندسه محض است و حوزه تأملات کانت در مقوله ریاضی، به هیچ وجه شباهتی با ریاضیات کاربردی از سنخ ریاضیات مصریان و بابلیان ندارد.

نیست. زیرا اصولاً کانت وقتی علم حساب و علم هندسه را با شهود زمان و مکان ارتباط می‌دهد، در بحث شاکله‌سازی است و آنجا به این امر نیاز دارد که از تئوری حرکت در شهود زمان و مکان استفاده کند تا بتواند موضوعات حساب و هندسه را در ذهن بسازد. بنابر این مانعاً الجمع نیست که کانت در نظریه «ساختن» در شهود از بحث حرکت بهره بگیرد و همچنین در نظریه علم مکانیک نیز از نظریه حرکت استفاده کند. این به معنای این نیست که ریاضیات، مخصوصاً حساب به شهود زمان نیاز ندارد.

تنها تفاوتی که از نظر شهودی میان حساب و هندسه هست، این است که حساب و جبر نسبت به هندسه، از نظر به کارگیری شهود، انتزاعی‌ترند و این امر را از تفاوتی که کانت میان چندی‌ها یا کم‌ها (Quanta) و کمیت (Quantity) قائل است، می‌توان فهمید. این تمایز را در کتاب نقد عقل محض در بخش (A163/B204-165) و در بخش «انضباط عقل محض در کاربرد جزمی» (AV17/BV45) بیان داشته است.

برخی پیروان کانت چون مارتین (Goltfried Martin) معتقدند کانت برای حساب، درست‌نظیر هندسه، مبانی اکیسوماتیک، در نظر گرفته است. به نظر وی کانت، پس از نامه شولتس (Schulz) در ارائه تحلیل اکیسوماتیک از حساب مشارکتی داشته است! یعنی آن‌گونه که شولتس به صورت نمونه، قوانین جابجایی و جمع‌پذیری را اصول متعارف حساب پنداشته است.^{۱۱} پارسونز (Parsons) معتقد است این نظر را نمی‌توان پذیرفت. زیرا که با چنین تحلیلی از نظر کانت درباره حساب به این سؤال نمی‌توان پاسخ داد که «چرا حساب باید بر شهود مبتنا داشته باشد؟» زیرا صحت این قواعد احتیاج به شهود ندارد و نظر کانت بر این امر صراحت دارد.^{۱۲} ثانیاً با چنین تحلیلی، می‌توان استدلال را به حوزه هندسه نیز تعمیم داد و نیازی به جستجو اصول موضوعه برای هندسه نخواهیم.^{۱۳} به نظر می‌رسد نمی‌توان تردید نمود که کانت برای حساب، اکیسوم قائل نیست و اصولی نظیر آنچه «مارتین» مطرح نموده است، از دیدگاه کانت جزء قوانین عام می‌باشد که در همه علوم ساری و جاری است و نمی‌تواند جزء اصول موضوعه حساب قرار گیرد.^{۱۴}

اشکال اصلی این دادگاه به این امر مربوط می‌شود که کانت در علم حساب قضایایی نظیر $2+3=5$ را در نظر داشته و لذا در مقام مقایسه کلیت قضایای حساب با قضایای هندسه، به چنین نظری نایل آمده است. اما حساب مانند هندسه دارای قوانین کلی‌تری نیز می‌باشد که از جنبه کلیت تمایزی با قضایای هندسه ندارد. قضایایی از این سنخ در حساب بسیار است:

ثابت کنید هیچ عدد اولی نداریم که $(\varphi(X) - X)$ را - که یک ویژگی در حساب است - ارضا کند. یا به قضیه فرما توجه کنید که می‌خواهیم ثابت کنیم معادله $Z=Y+X$ برای $n > 2$ با فرض اینکه X, Y, Z اعداد صحیح هستند، جواب ندارد.

آیا این مثالها، کلیتی نظیر کلیت هندسی ندارد؟!

از طرفی در هندسه همه همیشه با کلیتی نظیر مثالهای مورد استفاده کانت مواجه نیستیم، به این مثال توجه کنید: دایره‌ای به قطر ۴ متر داریم. از انتهای قطر، خطی عمود بر قطر رسم می‌کنیم و طول آن را با ۲ متر انتخاب می‌کنیم. ثابت کنید در مثلث ABC، زاویه B برابر ۳۰ درجه است.

آیا این سؤال در علم هندسه وجود دارد یا خیر؟ در حالی که مقدار اضلاع کاملاً معین است. ممکن است گفته شود این یک مسئله هندسی است و نه یک قضیه. دقیقاً همین وضع در مورد علم حساب هم وجود دارد. قضایای حساب هم مانند یعنی کانت یعنی $5+7=12$ نیست، بلکه در علم حساب قضایای کلی‌تری وجود دارد.

مشکل دیگر کانت در زمینه اعداد اصم بروز می‌کند. وی در نامه به برگ بیان می‌دارد که مقادیر اصم را همیشه می‌توان به صورت معادله‌ای از نسبتها نشان داد که نسبتها خود برای ما، مفهوم واقعی دارند. یعنی عدد اصم را می‌توان بین دو عدد گویا تخمین زد، ولی نمی‌توان مقدار آن را دقیقاً مشخص کرد، یعنی $\frac{2}{3} = \frac{x}{1}$ «بنابر این با توجه به این مسئله که هر عددی را باید بتوان به عنوان «مجذور» اعداد دیگر به عنوان ریشه آن نشان داد، با توجه به قاعده این همانی، نباید از مفهوم این مسئله (یعنی تصور دو عامل مساوی یک نتیجه موجود) نتیجه گرفت که ریشه باید گویا باشد، یعنی نسبت به مقیاس واحد، دارای نسبت شمارش‌پذیری باشد، چون در این مفهوم، هیچ نسبت معینی برای مقیاس واحد ارائه نشده است، بلکه فقط نسبتهای آنها داده شده است.»^{۱۵}

البته روشن است همیشه نمی‌توان اعداد اصم را به صورت نسبت نشان داد مثلاً $\sqrt{2}$ را چگونه به صورت دو نسبت برابر نشان می‌دهید؟ حداقل موضوع به این سادگی نیست. یا عدد « π » عددی اصم است، چگونه آن را به صورت نسبت می‌توان نشان داد؟

کیچر (Kitcher) معتقد است حساب و جبر را باید با ویژگیهای صور محض شهود مکان و زمان مرتبط



سازیم: «در مجموع می‌توان این خواص را ویژگیهای تألیفی مکان و زمان نامید... با تکرار قرار دادن این خطوط در کنار ۷ به ۱۲ می‌رسیم. اگر بخواهیم این مثال را به صورت ترسیمی بیان کنیم، خطهایی از یک تا هفت رسم می‌کنیم و ادامه می‌دهیم «یک - هشت» خط «دو - نه» تا این که دوازده به «پنج - دوازده» خط برسند.»^{۱۶}

در واقع کیچر مبنای شهودی هر دو علم حساب و هندسه را به شهود زمان و مکان مربوط می‌نماید، هر چند این نظر منتقدینی دارد، اما برای تبیین آرای کانت، مبنای اصولی تری می‌تواند باشد. مخصوصاً چنانچه کانت از ریاضیات تحلیلی دکارت بهره می‌جست، آسان‌تر تئوری حساب و هندسه را به شهود زمان و مکان مربوط می‌نمود و ضمناً معضلاتی چون اعداد اصم را حل می‌کرد. چرا که در ریاضیات تحمیلی دکارت، اعداد در محورهای مختصات شکل بردار پیدا می‌کنند و لذا به شهود مکان نیز مربوط می‌شوند، نظیر هندسه و برای اعداد اصم نظیر $\sqrt{2}$ نیز به عنوان قطر مربعی با ضلع «یک» به نتیجه می‌رسید. استفاده از ریاضیات تحلیلی دکارت می‌توانست این کمک را به فلسفه ریاضی کانت بنماید که علم حساب از داشتن آکسیوم محروم نشود!

«براور» (Brouwer) نیز معتقد است با شهود زمان می‌توان ریاضیات را بنا نمود (اعم از حساب و هندسه). وی حرکت در زمان را شهودی ماتقدم از زمان می‌داند.

«این امر را، ماتقدم می‌دانیم که برای تمامی عرصه‌های ریاضیات مشترک است و از طرف دیگر برای ساختن ریاضیات مبتنی بر آن کفایت می‌کند، یعنی شهود ماتقدم که مبنای شهودی بودن ریاضیات می‌باشد و از طریق این شهود است که ما از شهود زمان آگاه می‌شویم و می‌توانیم بگوییم تنها عامل ماتقدم علوم در زمان است.»

هر چند براور بر خلاف کانت به بهره‌گیری ریاضیات از شهود مکان قائل نیست، اما چه مانند کانت و براور برای ریاضیات مبنای شهودی قائل باشیم و چه نظیر منطق گرایانی چون راسل و یا صورت‌گرایانی مانند هیلورت چنین مبنایی را نپذیریم، ساختار برهان نمی‌تواند شکل متفاوتی داشته باشد و دخالت شهود در ساختار برهان دخالت ماهوی نخواهد بود.

پی‌نوشت‌ها

1. Kont, I' *Lectures on logic*, part 17, The Jasche logic edited by G.B. (1992) p589- part 91 (combridge university press).
2. HINTIKKA *kant on the mathematical methode* (kant studies today). P: 121
3. Ibid: p121.
۴. در این زمینه می‌توان به فصل دیگر بخش ۱۰ از رساله سال ۱۳۷۷ مراجعه کرد. همچنین در قسمت (A320/B376, 377) از کتاب نقد عقل محض و بخش ۸ از کتاب تمهیدات مطالبی در این باب طرح شده است.
۵. کانت در (A254/B310) می‌گوید: «ما می‌توانیم ادعا کنیم که حساسیت فقط با یک نوع شهود مربوط است.» همچنین در (A51/B75, B59, A27/B43) مطالبی در این باب وجود دارد.
6. Ibid: p121.
۷. ابن سینا، الشفاء، باب البرهان، الفصل السابع (القاهرة: الهيئة العامة لشئون المطابع الأميرية) ۱۳۸۰ هـ ۱۹۶۰ م.
۸. کانت، تمهیدات، ترجمه دکتر حداد عادل (مرکز نشر دانشگاهی) ۱۳۶۷، ص ۱۰۰.
۹. علی لاریجانی، روش ریاضی در فلسفه کانت، ص ۹۶، انتشارات دانشگاه تهران.
10. M. Friedman, *M Kant and the Exacl science, concept and intuitions in the mathematical science* (Harward university 1992). P: 105.
11. Martin. G *Kants metaphysics and theory of scince* trans by locns. (Manchester, 1985)
12. parsons *Kants philosophy of arithmetic (kant of pure reson)* (oxford university prees 1982).
۱۳. کانت، تمهیدات، ترجمه دکتر حداد عادل، مرکز نشر دانشگاهی، ۱۳۶۷، ص ۱۰۰.
14. Martin. G *smeta phicycs and theory of science* trans by locws Manchester 1985
15. Ibid.
16. Kitcher, P. *Kant and the Foundation of mathematics* "philosophical review 4 (1975) p.34" Frid man m *kant and exact science* (harward university 1992) P: 111 Brouwer le' *on the foundation of mathemalacs'* im collected work iphilsophy and mathematics (amsterdam 1981) p. 99.