

سعید قهرمانی

درباره «حافظ چه نیازی به ریاضی دارد»

مطلب مفصلی را که آقای جهانگیر شمس‌آوری در مورد مقاله این جانب «پیشنهاد: نگرش ریاضی‌گونه در شعر حافظ» تحت عنوان «حافظ چه نیازی به ریاضی دارد» نوشته‌اند، خواندم. بیشترین تأثر من از این است که ایشان در قراءت این مقاله به یک پاراگراف نسبتاً طولانی که برای بحث ما، کلیدی بوده است کوچکترین توجهی نکرده‌اند. این پاراگراف که در صفحه ۵۳۶ با «می‌دانیم که هیچ مدرکی در دست نیست...» شروع می‌شود با تأکید زیاد و جملات متفاوت و مکرر، فرض ما را که حافظ ریاضی نمی‌دانسته است به وضوح بیان کرده و هدف ما را نیز از مقاله که به شرح زیر است بیان نموده است: «همان‌طوری که برای تکوین تئوریهای ریاضی، ریاضیدانها مسیری دارند، به نظر من حافظ هم احتمالاً برای تکوین مکتب رندی خود مسیری داشته است. بین این دو مسیر شاید شباهتهایی بنیادی وجود داشته باشد. قصد ما این است که با ارائه شواهدی، احتمال وجود این شباهتها را به ثبوت برسانیم». آقای شمس‌آوری بدون کوچکترین توجهی به این مطالب در سراسر مقاله خود چنین فرض کرده‌اند که نگارنده مدعی است «حافظ با موازین ریاضی شعر می‌سروده» و وی اطلاعات جامعی درباره ریاضی داشته است. مثلاً نوشته‌اند که: «چه ضرورتی است که به‌انگار وجود موازین برهان خلف در اشعار حافظ نتیجه بگیریم که حافظ با موازین ریاضی (و نه موازین منطقی) شعر می‌سروده؟» یا «اصل موضوعی بودن ریاضیات در زمان حافظ (قرن هشتم هجری قمری) آن‌چنان مطرح نبوده است». که البته باید ذکر کنم «اصل موضوعی ریاضیات» مطلب درستی نیست و صحیح آن «اصل موضوعی‌سازی در ریاضیات» می‌باشد. یا این که نوشته‌اند «در زمان حافظ شاخه‌های ریاضی تنها هندسه، استدلالی شده بود و نه اصل موضوعی به مفهوم امروزی آن». طرح این قبیل سوالات، درست یا غلط، هیچ ربطی به بحث ما ندارد. از دیرباز بسیاری از اندیشمندان همواره در پی کشف روابط مستور بین «هنرها» و «دانشها»ی مختلف بوده‌اند. از کشف روابط فیزیک و ریاضی هزارها سال می‌گذرد، سالهاست که تحقیقات مبسوطی در زمینه ارتباط موسیقی و ریاضی به عمل می‌آید، پایه منطقی را در قرن بیستم گدل (Godel) و تارسکی (Tarski) و دیگران بر ریاضیات بنا نهادند، فلاسفه از دیرباز نظری به مدلهای ریاضی داشته‌اند و

این همه مطالعات فقط در رابطه سایر «دانشها» با ریاضی نیست، بلکه درباره ارتباط دیگر «دانشها» با هم نیز می باشد. به نظر می رسد که به تعبیری وحدت شگفت آوری در پس پرده بین بسیاری از «دانسته‌ها» وجود داشته باشد. نگارنده که از کودکی هم با دیوان حافظ انس بسیار داشته است و هم با ریاضی سر و کار، شباهت زیادی بین روش کار و حاصل تفکرات حافظ و روش کار و حاصل تفکرات ریاضیدانها دیده است و قصدش در آن مقاله شرح این شباهتها بوده است. کشف روابط مستور بین آنچه که در ذهن حافظ گذشته است و آنچه که در ذهن ریاضیدانها می گذرد، چنانچه وجود داشته باشد، به نظر نگارنده بسیار مهم است. هم به شناخت حافظ کمک می کند و هم ما را ذره‌ای به وحدتی که از آن سخن رفت نزدیکتر می نماید. نگارنده در پی یافتن «هندو و ترک همزبان است» اما آقای شمس آوری می گویند که «هندو چه نیازی به ترک دارد!» دو مثال هم از دیوان حافظ آورده اند که در آنها لغات «دایره» و «پرگار» به کار رفته اند. برمن معلوم نشد که این مثالها چه ربطی به مقاله این جانب داشتند. قبل از این که به ایرادات آقای شمس آوری جواب گویم، بد نیست اشاره‌ای به آخرین کتاب ریاضیدان برجسته معاصر رابرت آسرمن (Robert Osserman) بنمایم که در مارس ۱۹۹۵ منتشر شد. آسرمن این کتاب را «شعر کائنات» (*Poetry of Universe*) نامیده است. وی که مانند بسیاری دیگر از متفکران در پی کشف روابط مستور بین «هنرها» و «دانشها»ی گوناگون است در کتاب فوق‌الذکر بین تبیین کائنات از دیدگاه دانه (Dante) در کمدی الهی و شرح کائنات براساس نظریه ریاضی سه-کره‌ای ریمن (*Riemann's Three-space*) تشابه خارق‌العاده‌ای یافته است که بسیار قابل توجه می باشد. آسرمن نشان داده است که شاعر کائنات را همان‌گونه دیده است که ریاضیدان. نظمی که در میان انبوه بی‌نظمی بر همه کائنات حکم فرماست و ریاضیاتی که به‌طور شگفت‌انگیزی این نظم را بیان می کند، چون از فراز بدان نگریده شود بیمانند به «غزل حافظ» نیست. آسرمن این کل را مانند یک شعر دیده است.

نوشته‌اند که «اگر ما بخواهیم حکمی را ثابت کنیم یکی از راههای مورد قبول منطق آن است که ثابت کنیم نقیض آن حکم (خلاف آن حکم) باطل است یعنی درست نیست... این را می گویند برهان خلف». استنباط آقای جهانگیر شمس آوری از «برهان خلف» نقص دارد. برهان خلف ترجمه کلاسیک "reductio ad absurdum" می باشد که در انگلیس بدان "proof by contradiction" می گویند و آن عبارت است از همان تعریفی که از دکتر مصاحب نقل کرده‌اند. اگر بتوان بطلت نقیض حکمی

را به‌طور مستقیم (direct proof) به‌ثبوت رسانید، اثبات آن حکم انجام یافته تلقی می‌شود ولی از برهان خلف هم استفاده‌ای نشده است. «امتناع اجتماع نقیضین» که درباره آن سخن گفته‌اند در منطق و ریاضی یک حکم صحیح است ولی یک روش نیست. در حالی که برهان خلف یک روش است که در آن برای رسیدن به حکمی مانند «الف» نقیض آن حکم را مفروض می‌گیریم و نهایتاً به نوعی «اجتماع نقیضین» می‌رسیم. بعد استدلال می‌کنیم که بر اثر «امتناع اجتماع نقیضین» فرض ما یعنی خلاف «الف» نمی‌تواند درست باشد پس «الف» درست است. ملاحظه می‌فرمایید که در این روش برای اثبات حکم «الف» از نفی «الف» شروع کرده به «الف» می‌رسیم. همان‌طور که در مقاله نوشته‌ام این روش توسط فلاسفه اختراع شده است ولی آنها نتوانسته‌اند به خوبی ریاضیدانها از آن استفاده کنند. در حالی که حافظ مانند ریاضیدانها با قدرت تمام از این روش سود جسته است و مثلاً از «پریشانی» به «جمعیت» رسیده است و خود نیز به‌وضوح گفته است که از روش «خلاف آمد عادت» [اصطلاح حافظانه برای «برهان خلف»] کام بطلب که بسیار مفید است. اتفاقاً، اخیراً پدرم از شیراز کتابی به‌نام لطیفه غیبی تألیف مولی‌شاه محمد دارابی برایم گسیل داشتند. که «حواوی توضیح اشعار مشکله حضرت خواجه شمس‌الدین محمد حافظ شیرازی» است. برای نگارنده بسیار بسیار جالب بود که در کتاب این عارف و عالم قرن یازدهم هجری، در صفحه ۶۵ بخواند که:

می‌فرماید که کسب جمعیت که به‌وصول به‌وحدت است از تفکر در کثرت به‌جهت من حاصل شده. پس این خلاف عادت است که کثرت سبب وصول به‌وحدت شود. چون از نقیض و خلاف به‌مقصود رسیده و این است که هرگاه از نقیض به‌مطلوب رسند اهل منطق آن را قیاس خلف می‌گویند؛ و به این معنی مکرر اشاره فرموده، چنان‌که می‌فرماید:

گفتم که کفر زلفت گمراه عالم کرد گفتا اگر بدانی هم اوت رهبر آید
ملاحظه می‌فرمایید که حضرت دارابی حدود سیصد سال قبل از این‌جانب به‌این مسأله پی برده بوده است که حافظ «به این معنی [برهان خلف] مکرر اشاره فرموده». این‌که آقای شمس‌آوری نوشته‌اند که پریشانی مربوط به‌زلف است و جمعیت مربوط به‌فکر (یا ذهن) پس در این‌حال پریشانی و جمعیت تشکیل اجتماع نقیضین نمی‌دهند، البته ایشان مختارند که در این مورد و موارد دیگر هرگونه که بخواهند بیندیشند، مگر نه این است که ما به‌تعداد پارسی‌زبانان حافظ‌شناس داریم؟

نگارنده در هیچ جای مقاله خود، حافظ را (به زعم آقای شمس آوری) متهم به رعایت موازین ریاضی از سوی ذهن خود نکرده است. وقتی که فرض ما از ابتدا بر این بوده که حافظ اصلاً ریاضی نمی‌دانسته، چگونه می‌توانیم وی را به چنین جرمی (۱) متهم کنیم. در مورد مسأله تجرید، این نکته که فرموده‌اند در سطوح مختلف بشر از تجرید و علامت‌شناسی سود می‌برد نکته کاملاً صحیحی است. بحث ما نیز در همین است که قواعد مسلط بر ذهنهای خلاق همه به طرز عجیبی مشابهند. مثلاً روش نابغه بزرگی مانند حافظ با روش ریاضیدانها شباهتی عظیم دارد. اما این مسأله چنان که برای نگارنده واضح است ممکن است برای بسیاری واضح نباشد. واقعیت این است که ریاضیدانها در تجرید و انتزاع‌گرایی بسیار فراتر رفته‌اند از غالب متفکران دیگر. گمان کنم در مقاله‌ام نشان داده باشم که حافظ نیز در تجرید‌گرایی بسیار فراتر رفته است از بقیه شاعران. حافظ به اعتقاد این‌جانب مانند ریاضیدانها برای تجریدی فکر کردن و سخن گفتن روش دقیق داشته و زحمت کشیده است. توان انتزاعی اندیشیدن و شعر سرودن او قابل مقایسه با هیچ شاعر یا نویسنده دیگری که من شناخته باشم نیست. اما این توان با توان ریاضیدانها در این زمینه کاملاً قابل مقایسه است. نه تنها بیت مربوط به «واقع» بلکه صدها بیت نظیر آن مبین این واقعیت‌اند. بیت قبلی شعر مربوط به «واقع» که آقای شمس آوری ذکر کرده‌اند به هیچ وجه نشان نمی‌دهد که واقع، کدام واقع‌ای است و بادیه کجاست و غیره و ذلک. ایشان از این بیت استنباطی دارند و می‌پندارند که حافظ بر اساس استنباط ایشان این بیت را سروده است. نوشته‌اند «پس همه شعرهایی را که جوشش شعر محضند باید سروده شده بر اصول ریاضی دانست». خیر، چنین ادعایی بالکل بی‌معنی است. اما این درست است که همه شعرهایی که جوشش شعر محضند، به تعبیری، شباهتی به آن عده قضایا و احکام ریاضی دارند که سرچشمه اصلی آنها انتزاع محض می‌باشد. حتی می‌توان فراتر رفت و گفت که اینها همه به شکلی از یک خانواده‌اند. فقط کافی است که کمی بیشتر به مسأله «هندو و ترک همزبان» بیندیشیم.

«اصل موضوعی سازی» در ریاضی از زمان اقلیدس، حدود ۲۳۰۰ سال پیش مطرح بوده است. این که نوشته‌اند این ویژگی در نزد ریاضیدانان ما به جد گرفته نمی‌شد نه تنها صحیح نیست بلکه بی‌انصافی محض است. اتفاقاً در غرب تمایلی به چنین تفکری وجود دارد زیرا «دقت در علوم عقلی» را همواره به یونانیها نسبت می‌دهند. یکی از کتابهای مهم خیام مصادرات اقلیدس نام دارد. همه این کتاب بحث درباره اصول موضوعی اقلیدس است. بسیاری از متخصصین تاریخ ریاضی ریشه‌های اولیه هندسه‌های غیر اقلیدسی را که

کاملاً منتج می‌شوند از بحث در اصول موضوعی در کارهای خیام یافته‌اند. در همین زمینه نفوذ کارهای خواجه نصیرالدین طوسی به قدری زیاد بوده که حتی در سالهای رنسانس در دنیای ریاضی اروپا این کارها جزو اساسی‌ترین مقولات، مورد بحث ریاضیدانها قرار می‌گرفته است. ریاضیدان بزرگی مانند جان والس (John Wallis) در بین سالهای ۱۶۵۱ و ۱۶۶۳ میلادی کارهای خواجه نصیر را در باب اصول موضوعی مرجع و مأخذ کارهای خویش قرار داده بود. معلوم نیست آقای شمس‌آوری به‌استناد چه سندی می‌نویسند که ریاضیدانان ما بحث در پایه و بنیان ریاضی را به‌جد نمی‌گرفته‌اند، به‌عقیده نگارنده چنین بی‌مسئولیت سخن گفتن بدآموزیهای جدی و پی‌آمدهای انحرافی در شناخت فرهنگ سترگ ایران دارد.

نوشته‌اند که:

اصل موضوعی فکر کردن بالاجمال یعنی استدلال سخت قیاسی را اجر نهادن و مراعات کردن. یعنی خرقة انضباط پوشیدن و به‌موازی ریاضی چشم‌داشتن. یعنی به‌رنگ ریاضیات تعلق بستن و در قید بودن. و این همه باری‌ست گران بر دوش ذهن حافظ رند که تعلق‌ناپذیری را اجرا می‌نهاد. غلام همت آنم که زیر چرخ کبود ز هرچه رنگ تعلق پذیرد آزاد است آقای شمس‌آوری اگر از این نمط حافظ‌شناسی کنند ناچارند که استدلال زیر را نیز پذیرا شوند: «انسان بودن یعنی تمام موازین انسانی را اجر نهادن و مراعات کردن. یعنی خرقة عشق و محبت پوشیدن و به‌موازی عدالت چشم‌داشتن. یعنی به‌رنگ هم‌نوع دوستی تعلق بستن و در قید بودن. و این همه باری‌ست گران بر دوش حافظ رند که تعلق‌ناپذیری را اجرا می‌نهاد». به‌راستی چگونه می‌توان قبول کرد که نظامی استوار و منطقی پولادین بر ذهنی به‌عظمت و خلاقیت ذهن حافظ حکمفرما نبوده باشد؟ اگر خلاف این را بپذیریم باید قبول کنیم که از یک ذهن آشفته پریشان‌درهم‌ریخته بدون پایه و اصول، دیوانی به‌زرفی دیوان حافظ پدیدار شده است. برای نگارنده این سطور که کار تخصصی وی تحقیق و تدریس در زمینه احتمالات است، احتمال چنین واقعه‌ای صفر می‌باشد. یکی از رموز جاودانگی حافظ آن است که بدون این که ریاضی بداند، به‌نیروی نبوغ خود برای دریافت‌هایش همان راهی را رفته است که ریاضیدانان می‌روند. این نکته را نیز باید ذکر کنم که برخلاف تصور آقای شمس‌آوری ارتباط فوق‌العاده نزدیکی بین ریاضی و موسیقی وجود دارد که از دیرباز مورد بحث و تفحص و تحقیق بوده است. در این مورد مقالات تحقیقی زیادند. نوشته ایشان در مورد موزار (mozart) مرا به یاد گفته ریاضیدان

بزرگ قرن بیستم روسیه کولوموگرون (Kolmogoron) انداخت که گفته بود فکر بیشتر قضیه‌های ریاضی که کشف کرده است در هنگام شنا و به صورت ناگهانی به ذهن وی خطور می‌کرده است. اتفاقاً هرچه بیشتر گوشه‌ها و کنجهای فعالینهای ذهنی نواپخ عالم بیان شود، وحدتی که در روند کارها موجود است آشکارتر می‌شود. ارتباط موسیقی و ریاضی نه تنها از نظر ساختار و روش خلق آثار مهم است بلکه از نظر اثری که موسیقی روی مغز می‌گذارد نیز اهمیت دارد. اخیراً فرانسز راشر (Frances Rauscher) محقق امریکایی در ارواین (Irvine) آشکار ساخت که با مطالعات دقیق علمی طولانی توانسته است ثابت کند که کودکان سه‌ساله‌ای که لااقل یک‌سال در کلاسهای هفتگی پیانو و کلاسهای روزانه آوازخوانی شرکت کرده باشند نمراتشان در امتحانهای مربوط به «بحث و استدلال در مورد زمان و مکان (Spatial and Temporal Reasoning)» در معدل هشتاد درصد بالاتر از کودکان سه‌ساله‌ای است که در این کلاسها شرکت نکرده باشند. این امتحانها برای سنجش قدرت درک «ریاضی و مهندسی» کودکان ۳ ساله انجام می‌شوند.

نوشته‌اند که طبق ضوابط اصول موضوعی حتی الامکان باید از به‌کاربردن کلمات زبان معمول خودداری شود و مفاهیم و اعمال با علامات یا حرفهای الفبا به‌نما درآیند. این مطلب نه صحیح است و نه علمی. چگونه می‌توان مفاهیم و اعمال را با علامات و حروف الفبا تفهیم کرد؟ نظریه‌های پیچیده‌ای مانند «احتمالات» و در هندسه «ریمانی» که غامض‌ترین مفاهیم عقلی را در بر می‌گیرند را چه‌سان می‌توان بر یک سری حرف الفباء یا علامت استوار ساخت؟ اتفاقاً همان‌گونه که مکتب رندی حافظ بر مفاهیم پرمغز اما تعریف‌ناپذیری چون «پیر مغان» و «رند» استوار است، پایه‌تئوریهای ریاضی نیز از مفاهیمی بسیار عمیق ساخته شده است. آقای شمس‌آوری در مورد «مفاهیم اولیه» در جای دیگری از مکتوب خود سؤال کرده‌اند که «پس وقتی مفاهیم اولیه طبق ضوابط ریاضیات وجود نداشتند، یعنی مصالح لازم در دست نبود، چگونه بنای ریاضی‌گونه‌دیوان حافظ ساخته می‌شود؟ برای طرح این سؤال ابتدا توضیح داده‌اند که برای مفاهیم ریاضی می‌توان گزارشی داد که از آن گزارش یک درک معینی در ذهن گزارش‌گیرندگان پدید آید. بعد استدلال کرده‌اند که برای مفاهیم اولیه‌دیوان حافظ چنین گزارشی نمی‌توان پدید آورد و بعد نتیجه گرفته‌اند که پس مصالح لازم در دسترس حافظ نبوده و نمی‌توانسته بنایی ریاضی‌گونه بسازد. باید ذکر نمایم که برخلاف تصور ایشان برای مفاهیم ریاضی نیز نمی‌توان الزاماً گزارشی داد که از آن گزارش همواره

یک درک معین در ذهن گزارش‌گیرندگان پدید آید. چنین شرطی در ریاضیات وجود نداشته و نمی‌تواند وجود داشته باشد. برای مثال مفهوم «خط» در هندسه‌های محدود (Finite Geometries) مانند هندسه فانو (Fano) و هندسه نه‌نقطه‌ای (Nine Point Geometry) زمین تا آسمان با مفهوم «خط» در هندسه اقلیدسی تفاوت دارد. میان آنچه که ما در جهان اقلیدسی خود از «خط» می‌فهمیم و آن خطی که در هندسه هذلولوی (و نه هذلولی) که هندسه کاتات است فهمیده می‌شود تفاوتی عظیم وجود دارد. (هندسه هذلولی نداریم — هذلولی در هندسه اقلیدسی یک شکل است). در همه این هندسه‌ها خط وجود دارد، اما مفهوم هندسی آن بسیار به‌نوع هندسه مربوط است. در مکتب حافظ نیز «مفاهیم اولیه» چنین خاصیتی دارند. مثلاً پیر مغان در دستگاه فکری شاملو تجلی شخصی‌ست که نه به «پیر مغان» دستگاه فکری هاشم رضی شباهت زیادی دارد و نه به «پیر مغان» در مکتب آیت‌الله مطهری.

در مقاله نگارنده آمده است که «پایه همه ریاضیات را نمی‌توان بر یک سری اصول موضوعی قرار داد». به نظر می‌رسد که آقای شمس‌آوری این نکته را دلیل مکتب‌ناپذیری ریاضی تلقی کرده‌اند و اعتراض نموده‌اند که چه نیازی به این کار است. باید عرض کنم که مطلب فوق توسط گدل (Godel) اثبات شده است و معترض شدن بر حکمی که به ثبوت رسیده است طریق علم نیست.

گمان نمی‌کنم جرعه‌ای که آقای شمس‌آوری بر خاک فشانند به غیر نفعی برساند.

دانشکده ریاضیات، دانشگاه ایالتی مرلند، تارون

دانشکده ریاضیات عملی، دانشگاه جاتز هاپکینز

۱۹ ماه مه ۱۹۹۵

پژوهشگاه علوم انسانی و مطالعات فرهنگی
پرتال جامع علوم انسانی