

## نقدی بر استدلال رزنفلد<sup>۱</sup> در باب انتساب یک رساله ریاضی به الغیبگ (د. ۸۵۳ ق)<sup>۲</sup>

فاطمه سوادی

دانشجوی کارشناسی ارشد تاریخ فرهنگ و تمدن اسلامی f\_savadi@yahoo.com

### چکیده

(تاریخ دریافت: ۸۴/۸/۱۰ - تاریخ پذیرش: ۸۴/۹/۲۸)  
روش بدیع غیاث‌الدین جمشید کاشانی (د. ۸۳۲ ق)<sup>۳</sup> در محاسبه جیب یک درجه، از برجسته‌ترین آثار ریاضیات دوره اسلامی به شمار می‌آید. وی در اثری موسوم به رساله الوتر و الجیب به تبیین این روش پرداخته، اما متأسفانه تا کنون نسخه‌ای از آن به دست نیامده است. همین مسأله توجه پژوهشگران تاریخ علم را به رساله فی استخراج جیب درجه واحده تألیف قاضی‌زاده رومی (د. حدود ۸۴۰ ق)<sup>۴</sup>، دوست و همکار کاشانی جلب نموده است. قاضی‌زاده در این رساله به شرح و بررسی روش کاشانی می‌پردازد. این مقاله با ارائه اسناد و مدارک معتبر در پی اثبات صحت انتساب این رساله به قاضی‌زاده است.

### 1. Rosenfeld, Boris

۲. این مقاله در واقع نقدی بر بخش سوم مقاله زیر تحت عنوان "رساله چاپ شده در این مقاله" به قلم رزنفلد

است:

Rosenfeld, Boris; Hogendijk, Jan P., "A Mathematical Treatise Written in the Samarqand Observatory of Ulugh Beg", *Zeitschrift fuer Geschichte der arabisch-islamischen wissenschaften*, Vol. 15, 2002-3, pp. 25-65

این بخش با مجوز مؤسسه تاریخ علوم عربی - اسلامی فرانکفورت در پیوست مقاله حاضر به چاپ رسیده است.  
۳. جمشید بن مسعود بن محمود طیب کاشانی ملقب به غیاث‌الدین، ریاضی‌دان و اخترشناس نامدار ایرانی در قرن ۹ ق بود. وی سهم بزرگی در پیشبرد ریاضیات دوره اسلامی دارد؛ ابداع کسرهای اعشاری، محاسبه عدد  $\pi$  و جیب (سینوس) یک درجه (با دقتی که تا آن زمان بی سابقه بود) از مهم‌ترین کارهای وی محسوب می‌شوند (← قربانی، کاشانی‌نامه).

۴. صلاح‌الدین موسی بن محمد بن محمود قاضی‌زاده رومی، منجم و ریاضی‌دان ترک، که در اوایل قرن ۹ ق به سمرقند رفت و مورد حمایت الغیبگ قرار گرفت. وی در مدرسه سمرقند ریاضیات و نجوم تدریس می‌کرد و در تدوین زیج الغیبگ شرکت داشت (← قربانی، زندگی‌نامه...، ص ۳۴۲-۳۴۵).

**کلید واژه‌ها:** رساله فی استخراج جیب درجه واحده، غیاث‌الدین جمشید کاشانی، قاضی‌زاده رومی، الغیبیگ.

### مقدمه

نظر به اهمیت رساله فی استخراج جیب درجه واحده برای پی بردن به روش کاشانی، رزنفلد و هوخندایک<sup>۱</sup> یک نسخه چاپ سنگی از این رساله را به همراه ترجمه انگلیسی آن در مجله تاریخ علوم عربی - اسلامی<sup>۲</sup> منتشر کردند. رزنفلد در بخش سوم این مقاله (p. 27-32) ضمن بررسی نسخه‌های موجود از رساله فی استخراج جیب درجه واحده، مسأله تعیین مؤلف این اثر را مطرح می‌کند. وی بحث را با در نظر گرفتن چهار گزینه احتمالی - یعنی کاشانی، قاضی‌زاده، الغیبیگ<sup>۳</sup> و قوشچی (د. ۸۷۹ ق)<sup>۴</sup> - آغاز کرده (p. 29)، سپس با ارائه دلایلی به بررسی هریک از این چهار گزینه پرداخته (p. 29-31) و در پایان نتیجه گرفته است که انتساب قطعی این اثر به هیچ یک از افراد فوق‌الذکر فعلاً امکان‌پذیر نیست، اما به یقین این رساله را یکی از ریاضی‌دانان رصدخانه سمرقند نوشته است (p. 31)<sup>۵</sup>.

در این مقاله تنها به نقد و بررسی دلایل رزنفلد در مورد انتساب رساله به الغیبیگ می‌پردازیم؛ زیرا گذشته از مفصل‌تر بودن آن از دیگر دلایل، وی در سه مقاله دیگر نیز این ادعا را مطرح کرده است (p. 30-31). در ضمن وی خود انتساب این اثر به کاشانی را

1. Hogendijk, Jan P.

2. *Zeitschrift fuer Geschichte der arabisch-islamischen wissenshafte*

۳. نوه تیمور گورکانی از ۸۱۴-۸۵۰ ق امیر ماوراءالنهر بود و پس از درگذشت پدرش شاهرخ در ۸۵۰ ق به سلطنت رسید. وی به ریاضیات و نجوم علاقه‌مند بود. از مهم‌ترین کارهای او تأسیس مدرسه و رصدخانه سمرقند و تدوین زیج جدید سلطانی (= زیج گورکانی = زیج الغیبیگ) با همکاری دانشمندانی چون کاشانی، قاضی‌زاده و قوشچی بود (← قربانی، زندگی‌نامه...، ص ۱۳۷-۱۴۰).

۴. علاءالدین علی بن محمد سمرقندی مشهور به ملا علی قوشچی از دانشمندان قرن ۹ ق که پدرش قوشچی دربار الغیبیگ بود. وی در تدوین زیج الغیبیگ همکاری داشت و بر آن شرحی نیز نوشته است (← همان، ص ۳۶۰-۳۶۴).

۵. باید گفت: نویسنده دوم این مقاله و ویراستاران مجله مذکور بیشتر تمایل به پذیرش انتساب رساله به قاضی‌زاده دارند (p. 25).

رد می‌کند، و دلیل انتساب آن به قوشچی هم قابل اعتنا نیست.

### نسخه شناسی

نسخه‌های موجود از رساله فی استخراج جیب درجه واحده به شرح زیر است:

۱. نسخه شماره ۳۱۸۰/۱۱ کتابخانه ملی ملک؛ تألیف قاضی‌زاده رومی از روی اثر کاشانی همراه با نقل عبارات او؛ به خط عبدالرزاق بن محمد ملقب به معین منجم کاشی<sup>۱</sup> به سال ۸۳۶ ق در دارالسلطنه سمرقند (افشار و دانش‌پژوه، ص ۲۶۴).
۲. نسخه MS. Arab. e.93 کتابخانه بادلیان<sup>۲</sup> دانشگاه آکسفورد<sup>۳</sup> که تا کنون فهرست نشده و کاتب، تاریخ و محل کتابت آن دقیقاً مشخص نیست؛ اما طبق اطلاعاتی که رئیس بخش مجموعه‌های تحقیقاتی فارسی و عربی<sup>۴</sup> در اختیار بنده قرار داد، این نسخه احتمالاً مربوط به قرن دهم هجری است.<sup>۵</sup>
۳. نسخه شماره ۵۵۵/۱ کتابخانه مدرسه عالی شهید مطهری (سپهسالار سابق)؛ شرح رساله کاشانی در استخراج جیب یک درجه از نویسنده‌ای ناشناس که در آن از مطالب کاشانی انتقاد شده است؛ تاریخ کتابت ۱۰۹۴ ق (دانش‌پژوه، سپهسالار، ص ۱۶۹)؛ ناقص: جدول دوم را ندارد.
۴. نسخه شماره ۳۷ مجموعه مصطفی فاضل، کتابخانه ملی قاهره (دارالکتب المصریة)؛ منسوب به قاضی‌زاده؛ تاریخ کتابت حدود ۱۷۳۷ م/۱۱۴۹-۱۱۵۰ ق؛ ناقص: جداول و شکل‌ها را ندارد (رزنفلد و هوخندایک، p. 28؛ برای اطلاعات بیشتر

۱. معین‌الدین کاشانی، خواهرزاده غیاث‌الدین جمشید کاشانی و از ریاضی‌دانان معروف زمان خود بود، و همراه کاشانی به سمرقند رفت (محیط طباطبائی، ص ۶).

2. Bodleian Library

3. Oxford University

4. Colin Wakefield (Deputy Keeper of Oriental Collections, and also head of Arabic and Persian research collections section)

۵. مراتب سپاس خود را از پروفیسور هوخندایک که لطف کردند و تصویر این نسخه و نسخه شماره ۱۳ را به

پژوهشکده تاریخ علم (دانشگاه تهران) فرستادند، ابراز می‌داریم.

← فهرست کتب العربیة المحفوظة بالکتبخانة الخدیویة المصریة، ج ۵، ص ۲۱۰؛ به نقل از منزوی، ص ۲۶۴۵.

۵. نسخه شماره ۱۲۲۳۵/۶ کتابخانه آستان قدس رضوی؛ به خط سید محمدعلی قاینی (د. ۱۳۰۲ ق) به سال ۱۲۶۴ ق؛ از قاضی زاده که در آن به تبیین روش کاشانی در این باب پرداخته و سیاق کلام را مطابق با ترتیب گفتار وی آورده است (عرفانیان، ص ۱۱۹ و ۱۱۶، پانوش ۱)؛ دو جدول اضافی دارد.

۶. نسخه شماره ۱۵۳۱ (۱۵۱۹) کتابخانه و مرکز اسناد مجلس شورای اسلامی؛ شرح روش کاشانی در استخراج جیب یک درجه از مؤلفی ناشناس؛ تاریخ کتابت ۱۲۸۰ ق (حائری، ص ۲۳۳-۲۳۴)؛ ناقص؛ جداول را ندارد، ولی دو جدول اضافی مانند نسخه شماره ۵ دارد.

۷. نسخه شماره ۳۵۳۶/۱ کتابخانه ملی ملک؛ منسوب به کاشانی؛ در ۱۲۹۱ ق از آن هاشم منجم باشی بوده است (افشار و دانش پژوه، ص ۴۷۶-۴۷۷).

۸. نسخه شماره ۱۲۲۲۵/۴ کتابخانه آستان قدس رضوی؛ تحریر و تنقیح روش کاشانی در استخراج جیب یک درجه از قاضی زاده رومی؛ نسخ اسدالله منجم دودانگه مازندرانی (د. ۱۳۳۸ ق) از روی خط معین الدین کاشی به سال ۱۳۰۹ ق در تهران (عرفانیان، ص ۱۱۱؛ تاریخ کتابت نسخه ظاهراً به علت اشتباه چاپی ۱۳۰۶ ق قید شده است)؛ جداول آن ناقص است.

۹. نسخه شماره ۷۶ رصدخانه کندیلی<sup>۱</sup> استانبول؛ منسوب به قاضی زاده (رزنفلد و هوخندایک، p. 28).

۱۰. نسخه شماره ۷۵۱/۳ کتابخانه حسین چلبی<sup>۲</sup> استانبول؛ منسوب به قاضی زاده (همان جا).

۱۱. نسخه شماره ۷۹۱ کتابخانه و مرکز اسناد مجلس شورای اسلامی (مجموعه طباطبائی).

1. Kandilli Observatory  
2. Library of Hüseyin Çelebi

۱۲. نسخه شماره عام ۳۱۰۹ فلک ۴۶ کتابخانه ظاهریه دمشق<sup>۱</sup>.
۱۳. نسخه کتابخانه علوم دانشگاه هومبولدت<sup>۲</sup> برلین که در واقع رونوشت نسخه مصر (← شماره ۴) است که در اوایل قرن بیستم در قاهره برای کارل شوی<sup>۳</sup> تهیه شده (همان جا) و سوتر<sup>۴</sup> آن را به کاشانی نسبت داده است (همو، ۲۹، p. ۵).

### مؤلف رساله

انتساب بعضی از نسخ فوق‌الذکر به کاشانی ظاهراً به دلیل مقدمه رساله<sup>۶</sup> است که در خواننده این تصور را ایجاد می‌کند که رساله فی استخراج جیب درجه واحده در واقع تحریر رساله وتر و جیب کاشانی است؛ لذا برخی از فهرست‌نویسان، کاشانی را پدیدآورنده اصلی این رساله پنداشته‌اند، و نیز به همین دلیل در ابتدای بعضی از نسخه‌ها نوشته شده: «رساله فی استخراج جیب الدرجة الواحدة علی التحقیق الحقیق استخراج افضل المهندسين»

۱. با تشکر از جناب آقای مهندس باقری که نگارنده را از وجود نسخه‌های شماره ۱۱ و ۱۲ مطلع کردند و تصویر نسخه شماره ۱۱ را در اختیار این بنده نهادند.

2. Scientific Library of the Humboldt University
3. Carl Schoy
4. Suter, H.

۵. همه نسخه‌ها به جز شماره‌های ۴، ۹، ۱۰ و ۱۲ به نظر نگارنده رسیده‌اند.

۶. ترجمه فارسی مقدمه: این رساله ناظر است به استخراج جیب یک درجه به کمک روش‌های مبتنی بر قواعد هندسی و حسابی که برادر عزیز و یگانه زمانه‌اش، جمشید بن مسعود طبیب، ملقب به غیاث کاشی - خدا وی را به آموزش خویش فرا گیرد - بدان ملهم شده است. برجستگان این فن و علاقه‌مندان به این مقوله، به رغم شمار فراوان و بسیاری امکانات، و نهایت اهتمام برای دست‌یابی به چنین هدفی، تا کنون قصد محاسبه دقیق آن نکرده‌اند، بلکه به روش‌های تقریبی متمسک شده‌اند، تا جایی که برخی گفته‌اند که هیچ روش هندسی برای محاسبه وتر یک‌سوم کماتی که وترش معلوم باشد، وجود ندارد؛ ولی از آن‌جا که در کلام او [یعنی کاشانی] ایجازی بود فراتر از معماها، و تصرفاتی پیچیده و مانع فهم - و لازم بود که هموار و آسان گردد - به پاس برادری بر من واجب آمد که سخن او را شرح دهم، و آنچه پوشانده، آشکار سازم و گره‌ها را بگشایم و کژی‌ها را راست کنم تا امکان بهره‌مندی برای عموم فراهم آید، و ثمراتش گسترش یابد. پس بر آن شدم که ابتدا روش محاسبه جیب یک درجه را آن‌گونه که خود برتر و صحیح‌تر می‌دانم، و به فهم عموم نزدیک‌تر است، مطرح کنم، از این رو ابر آن شدم تا سخن را به ترتیب کلام وی پیش برم تا موارد ابهام آن تبیین و مقاصدش برهانی شود؛ سپس با عبارات خود وی سخنش را یادآور کنم، و نکته‌هایی را که در گفتارش فرو نهاده، بازگو نمایم.

غیاث‌الدین جمشید القاسانی<sup>۱</sup> [ / الکاشانی<sup>۲</sup> ]، حرره و نقحه فی هذه الرسالة قاضی‌زاده الرومی، مؤلف شرح چغمینی».

در این جا ابتدا به ذکر دلایل رزنفلد در باب انتساب رساله به الغبیگ می‌پردازیم، و پس از ارائه دلایل خود بر انتساب آن به قاضی‌زاده، دلایل رزنفلد را مورد نقد و بررسی قرار می‌دهیم.

دلایل رزنفلد در انتساب رساله به الغبیگ:

■ الغبیگ در زیج خود (نسخه شماره ۳۰۵۳ کتابخانه مرکزی دانشگاه تهران ← دانش‌پژوه، دانشگاه تهران، ص ۱۹۹۵) ادعا می‌کند که روشی استدلالی برای محاسبه جیب یک درجه یافته و رساله‌ای در این باب نوشته است (ص ۱۷):

«و جیب یک درجه که بناء عمل جدول جیب فصل بر آنست، الی یومنا هذا هیچ کس به طریق برهانی نکرده و همه حکما تصریح کرده‌اند به آن که طریق علمی به استخراج آن نیافته‌اند و حیلت کرده‌اند تا به تقریب به دست آورده‌اند و ما - بعنایة الله و منه - به طریق برهانی ملهم شدیم و در بیان آن علیحده کتابی پرداختیم و به آن جیب برهانی این جدول عمل کردیم.»

■ بیرجندی (د. ۹۳۴ ق)<sup>۳</sup> در شرح خود بر زیج الغبیگ از روش الغبیگ در محاسبه جیب یک درجه یاد کرده، چنین می‌نویسد (ص ۴۶):

«و چون طریقه استخراج جیب یک درجه<sup>۴</sup> به تقریب معلوم شد، طریق استخراج آن نیز به برهان ایراد کنیم و آن دو طریق است: یکی آن که سلطان‌المهندسین غیاث‌الدین جمشید استخراج نموده؛ و دیگر آن که سلطان سعید مصنف بیان فرموده ...»

همچنین بیرجندی در شرحش، به تبیین و توضیح محتوای رساله الغبیگ در

۱. نسخه چاپ سنگی که رزنفلد و هوندایک چاپ کرده‌اند.

۲. نسخه شماره ۱۲۲۲۵/۴ کتابخانه آستان قدس رضوی.

۳. عبدالعلی بیرجندی، ریاضی دان و منجم سده دهم هجری

۴. در این جا در نسخه یک "است" نوشته شده که زائد به نظر می‌رسد و حذف گردید.

روش محاسبه جیب یک درجه می‌پردازد و هماهنگی زیادی بین تبیین بیرجندی و رساله فی استخراج جیب درجه واحده وجود دارد.<sup>۱</sup>

دلایل انتساب رساله به قاضی زاده:

▪ مجموعه خطی شماره ۳۱۸۰ کتابخانه ملی ملک شامل برخی از آثار کاشانی به خط معین‌الدین کاشانی به شرح زیر است:

۱. مفتاح الحساب (تاریخ تألیف: جمادی الاولی ۸۳۰ ق/کتابت: رجب ۸۳۰ ق،

سمرقند/سمرقند)

۲. تلخیص المفتاح (تاریخ تألیف: هفتم شعبان ۸۲۴ ق/کتابت: ۱۵ شعبان

۸۲۴ ق، سمرقند/کاشان)

۳. سلم السماء (تاریخ تألیف: ۸۰۹ ق/کتابت: ۸۳۰ ق، کاشان/سمرقند)

۴. نزهة الحدائق (تاریخ تألیف: ۸۱۸ ق)

۵. ذیل نزهة الحدائق (تاریخ تألیف: ۸۲۹ ق/کتابت: ۸۳۰ ق، سمرقند/سمرقند)

۶. رساله بدون عنوانی که در ۸۳۶ ق (بعد از درگذشت کاشانی و زمان حیات

قاضی زاده) در دارالسلطنه سمرقند به رشته تحریر درآمده و همین رساله فی

استخراج جیب درجه واحده مورد بحث ما است.

در حاشیه نخستین برگ از مفتاح الحساب این مجموعه (← تصویر ۱) یادداشتی

وجود دارد که بدون شک بعداً در حدود ۸۳۶ ق توسط خود معین اضافه شده است،

جایی که کاشانی می‌نویسد: نگاه علوم انسانی و مطالعات فرهنگی

«و صفت رسائل اخری مثل الرسالة مسماة بسلم السماء فی حل ... و رساله الوتر و

۱. شایان ذکر است که بیرجندی در عبارت زیر به صراحت از رساله الغیبیگ سخن گفته است (ص ۴۵):

«و افضل المهندسين مولانا غياث الحق و الدين جمشيد الكاشي - طاب الله ثراه- که اصل رصد سمرقند از

آثار طبع لطیف او است ملهم شده به طریق استخراج جیب یک درجه و در آن باب رساله انشاء نموده

و مصنف -تغمده الله بغفرانه- طریق دیگر در باب جیب درجه واحد بیان فرموده و در آن باب رساله دیگر

نوشته ...»

الجیب فی استخراجهما لثلث القوس المعلومة الوتر و الجیب و ذلك ايضاً مما صعب على المتقدمين كما قال صاحب المجسطى فيه ان [أغاز عبارات خط خورده: [ناخوانا] ليس الى معرفة وتر ثلث القوس المعلومة الوتر من جهة الخطوط طريق بوجه [ناخوانا] من الامر احتلنا فى [ناخوانا] وتر جزء واحد بتقريب دقيق و قال ايضاً قبل [ناخوانا] فى وجود وتر نصف الجز [پايان خط خوردگی] ليس الى تحصيله سبيل...»

و حاشیه معین:

«استخرج جيب درجة واحدة الى التاسعة فى غاية الصحة و الدقة بطريق الجبر و المقابلة بغير المسائل الست لكن لا يوفق باتمام الرسالة و كتب الحكيم الفيلسوف قاضى زاده الرومى على سواده رسالة مشروحة و هى مكتوبة فى هذا المجلد.»

■ چلبى (د. ۹۳۱ ق) در دستور العمل و تصحيح الجدول (نسخه کتابخانه حميديه استانبول به خط خود وى ← دانش پزوه، ميكروفيلمها، ص ۸۵) كه در واقع شرحى است بر زيج الغبيگ، چنين مى نويسد (ص ۴۹):

«بعد ذلك براهين آن را [منظور: استخراج جيب يك درجه] بر وجهى از شرح زيج حضرت جدى و افتخارى مولانا علاءالدين قوشچى - قدس سره- و رساله [اى] كه جدّ ديگر اين كمينه محقق علامه قاضى زاده رومى - روح الله روحه- درين باب نوشته است مستفاد شده بود و مشروح ايراد نماييم.»

وى پس از بيان روشهاى تقريبى، وقتى مى خواهد روش استدلالى را تبين كند، مى گويد (ص ۵۴):

«اما به طريقي كه مصنف - انار الله برهانه- به آن ملهم شده، طريق جبر و مقابله است و محقق علامه قاضى زاده رومى - قدس سره- [در] رساله مذكوره فرموده است كه برادر اعز، وحيد زمانه، غياثالدين جمشيد به طريق جبر و مقابله

۱. محمود بن محمد بن موسى معروف به ميرم چلبى، دانشمند ترك در قرن دهم كه قاضى زاده رومى و على قوشچى به ترتيب جد پدرى و مادرى وى بودند (← قربانى، زندگى نامه...، ص ۴۷۵-۴۷۶).



بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ  
وَمَدْرَ الْفَرْقِ تَرْتِيبًا بِدَعْوَةِ الْإِيمَانِ وَتَقَرُّرًا بِتَابِعَاتِ مَدْرَ الْفَرْقِ  
الْأَعْدَادِ وَالصَّلَاحِ عَلَى خَيْرِ تَقَرُّرٍ مَعَهُ أَشْفَعُ الشَّافِعِينَ بِرَأْسِهِ  
وَأَوَّلِ أَوْلَادِهِ أَلِهًا وَبِزِينَةِ الْإِيمَانِ وَالرَّشَادِ الْإِبْرَاهِيمِيِّ  
أَخْرَجَ نَطْقَ اللَّهِ تَعَالَى إِلَى فَرْقَاتِهِ حَمِيدِ بْنِ سَعِيدِ بْنِ كَمُودِ الْبَطْبِيبِ  
أَكْبَادِ الْمَلِكِ نِيَّاتِ أَحْسَنِ أَسْمَاءِ الْفَرْقَاتِ الْفَرْقَاتِ  
الْأَعْلَى الْهَيْبَةِ وَالْقَوَانِينِ الْهَيْبَةِ حَتَّى لَيْفَتِ إِلَى مَقَامِهَا وَالْفَرْقَاتِ  
فِي دَعْوَاتِهَا وَكَشَفَتْ غَوَامِهَا رَمِدَ مَسْأَلَتِهَا وَطَلَّتْ مَسْأَلَتِهَا وَشَبَّطَتْ  
كَيْفَ مِنْ الْفَرْقَاتِ وَالْفَرْقَاتِ الْهَيْبَةِ وَالْفَرْقَاتِ الْهَيْبَةِ الْهَيْبَةِ الْهَيْبَةِ  
عَلَى كَيْفَ مِنْ بِيَاضِهَا كَمَا أَشْفَعَتْ بِسُورَةِ الْجَمْعِ جَدِ أَوَّلِ الْفَرْقَاتِ الْهَيْبَةِ  
بِأَقْطَابِهَا وَوَضَعَتْ الْفَرْقَاتِ الْهَيْبَةِ بِالْأَعْلَى الْهَيْبَةِ الْهَيْبَةِ الْهَيْبَةِ  
وَجَمَعَتْ فِيهَا جَمْعَ الْهَيْبَةِ مِنْ أَعْلَى الْهَيْبَةِ الْهَيْبَةِ الْهَيْبَةِ الْهَيْبَةِ  
سُورَةِ الْهَيْبَةِ الْهَيْبَةِ الْهَيْبَةِ الْهَيْبَةِ الْهَيْبَةِ الْهَيْبَةِ الْهَيْبَةِ  
وَضَعَتْ رِيَاءَ الْهَيْبَةِ الْهَيْبَةِ الْهَيْبَةِ الْهَيْبَةِ الْهَيْبَةِ الْهَيْبَةِ الْهَيْبَةِ  
وَقَعَ الْهَيْبَةِ الْهَيْبَةِ الْهَيْبَةِ الْهَيْبَةِ الْهَيْبَةِ الْهَيْبَةِ الْهَيْبَةِ  
إِلَى الْهَيْبَةِ الْهَيْبَةِ الْهَيْبَةِ الْهَيْبَةِ الْهَيْبَةِ الْهَيْبَةِ الْهَيْبَةِ  
الْوَزْنِ الْهَيْبَةِ الْهَيْبَةِ الْهَيْبَةِ الْهَيْبَةِ الْهَيْبَةِ الْهَيْبَةِ  
سَابِقَ الْهَيْبَةِ الْهَيْبَةِ الْهَيْبَةِ الْهَيْبَةِ الْهَيْبَةِ الْهَيْبَةِ الْهَيْبَةِ  
فِي الْهَيْبَةِ الْهَيْبَةِ الْهَيْبَةِ الْهَيْبَةِ الْهَيْبَةِ الْهَيْبَةِ الْهَيْبَةِ  
بِطَرِيقِ الْهَيْبَةِ الْهَيْبَةِ الْهَيْبَةِ الْهَيْبَةِ الْهَيْبَةِ الْهَيْبَةِ الْهَيْبَةِ

تصویر ۱ - تصویر برگ اول از مفتاح الحساب مجموعه خطی شماره ۳۱۸۰ کتابخانه ملی ملک

بعد از آن که جیب یک درجه را شیء فرض کرده است، این مسأله را بیان گردانیده است که...»

و به بیان روش محاسباتی کاشانی می‌پردازد؛ و بعد از آن «براهین آن را بر وجهی که از شرح زیج و رساله مذکور مستفاد شده بود» (همان جا) ایراد می‌کند، ولی روش الغیبگ را شرح نمی‌دهد.

▪ نویسنده ناشناس، رساله‌ای موسوم به *در بیان استخراج جیب درجه واحد (نسخه شماره 144 Landberg کتابخانه دولتی برلین*<sup>۱</sup> ← پرچ<sup>۲</sup>، 1057-1058 pp) به صراحت از رساله قاضی‌زاده یاد کرده است (ص ۸۰):

«تا به این جا از شرح فهم کردیم آنچه نوشتیم، اکنون به وجهی که از رساله حضرت قاضی‌زاده منقول از مولانا غیاث‌الدین جمشید مفهوم شد اینست که مذکور می‌شود...»

و در ادامه چند سطر از عبارات رساله را عیناً نقل می‌کند.

\*

در پاسخ به نخستین دلیل رزنفلد باید گفت صرف مطالعه مقدمه رساله *فی استخراج جیب درجه واحد* انتساب آن را به الغیبگ مدعی تألیف رساله‌ای مستقل در این باب مردود می‌سازد (← پانوش ۶ صفحه ۸۹ همین مقاله).

برای پاسخ به دلیل دوم رزنفلد باید گفت، قسمت مورد اشاره وی از شرح بیرجندی در واقع خلاصه‌ای از رساله *فی استخراج جیب درجه واحد* و در واقع شرح روش قاضی‌زاده است؛<sup>۳</sup> اما بیرجندی بلافاصله پس از آن به شرح روش الغیبگ می‌پردازد. مقایسه این بخش از شرح بیرجندی با شرح قوشچی بر زیج الغیبگ - که مستندترین منبع برای پی بردن به روش الغیبگ است - نشان می‌دهد که به احتمال قریب به یقین بیرجندی برای

1. Staatsbibliothek zu Berlin

2. Pertsch

۳. این قسمت از شرح بیرجندی را مرحوم قربانی خلاصه رساله وتر و جیب کاشانی پنداشته و در کاشانی‌نامه (ص ۱۶۰-۱۷۶) چاپ و شرح کرده‌اند.

تبیین روش الغ بیگ، از شرح قوشچی استفاده کرده و رساله‌ای از الغ بیگ را در دست نداشته است؛ زیرا می‌نویسد (ص ۴۸پ):

«طریق دیگر برهانی که از مصنف - نور الله مرقدہ - منقول است: به چند وجه آن را بیان کرده است اما مال همه یکی است و در هر وجهی دو نوع بیان کرده: یکی آن که وتر دو درجه استخراج کرده و از آن جیب یک درجه معلوم کرده دیگر آن که جیب یک درجه استخراج کرده بی‌استعانت به وتر دو درجه»

مطالعه شرح بیرجندی و قوشچی نشان می‌دهد که الغ بیگ برای تشکیل معادله، دقیقاً مشابه کاشانی و قاضی‌زاده عمل می‌کند؛ ولی آن را به روشی متفاوت حل می‌کند. در واقع الغ بیگ هم مانند کاشانی از روش‌های تکرار استفاده می‌کند، ولی روش الغ بیگ دقیقاً همان چیزی است که آن را روش تکرار نقطه ثابت<sup>۲</sup> می‌گویند، و از دقت کمتری نسبت به روش کاشانی برخوردار است. به کارگیری این روش و نیز مقدار غیردقیق جیب سه درجه، سبب شده تا جواب الغ بیگ دقت بسیار کمتری از جواب کاشانی و قاضی‌زاده داشته باشد.<sup>۳</sup>

### نتیجه‌گیری

شواهد مذکور در بالا علاوه بر اثبات صحت انتساب رساله فی استخراج جیب درجه واحد به قاضی‌زاده، فرضیه وجود رساله‌ای از الغ بیگ درباره استخراج جیب یک درجه را تقویت می‌کند. گرچه این رساله نیز احتمالاً مانند رساله وتر و جیب کاشانی از بین رفته است یا حداقل تا کنون شناسایی نشده است؛ اما به کمک شرح قوشچی می‌توان به

1. Iteration method

2. Fixed point iteration

۳. جیب سه درجه مورد استفاده الغ بیگ، کاشانی و قاضی‌زاده: [سابه] ۳؛ ۸، ۲۴، ۳۳، ۵۹، ۳۴، ۲۸، ۱۵؛ [نامنه] ۳؛ ۸، ۲۴، ۳۳، ۵۹، ۳۴، ۲۸، ۱۴، ۵۰؛ [نامنه] ۳؛ ۸، ۲۴، ۳۳، ۵۹، ۳۴، ۲۸، ۱۴، ۲۹؛ [نامنه] ۳؛ ۸، ۲۴، ۳۳، ۵۹، ۳۴، ۲۸، ۱۴، ۲۹. دقیق‌تر بودن جیب سه درجه مورد استفاده قاضی‌زاده سبب شده تا جیب یک درجه‌ای که او با حل معادله به روش کاشانی به دست آورده، دقیق‌تر از جواب خود کاشانی شود.

روش الغ بیگ پی برد.

#### منابع

- الغ بیگ، زیج الغ بیگ، نسخه خطی شماره ۳۰۵۳ کتابخانه مرکزی دانشگاه تهران. افشار، ایرج؛ دانش پژوه، محمدتقی، فهرست نسخه‌های خطی کتابخانه ملی ملک، جلد ششم، با همکاری محمدباقر حجتی و احمد منزوی، تهران ۱۳۶۶ ش.
- باقری، محمد، از سمرقند به کاشان، نامه‌های غیاث‌الدین جمشید کاشانی به پدرش، تهران ۱۳۷۵ ش.
- بیرجندی، عبدالعلی، شرح زیج الغ بیگ، نسخه خطی شماره ۲۶۷۴ کتابخانه مرکزی دانشگاه تهران. چلبی، میرم، دستور العمل و تصحیح الجدول، نسخه دست‌نویس مؤلف به شماره ۹-۸۴۸ کتابخانه حمیدیه استانبول، میکروفیلم شماره ۲۳۴۱ کتابخانه مرکزی دانشگاه تهران (← دانش پژوه، محمدتقی، فهرست میکروفیلم‌های کتابخانه مرکزی دانشگاه تهران، ج ۱، تهران ۱۳۴۸ ش).
- حائری، عبدالحسین، فهرست کتابخانه مجلس شورای ملی، جلد ۴، تهران ۱۳۳۵ ش.
- دانش پژوه، محمدتقی، فهرست کتابخانه مرکزی دانشگاه تهران، جلد دهم، تهران ۱۳۴۰ ش.
- همو؛ منزوی، علینقی، فهرست کتابخانه سپهسالار، بخش پنجم (کتب خطی ر-ی)، تهران ۱۹۷۷ م/۱۳۵۶ ش.
- عرفانیان، غلامعلی، فهرست کتب خطی کتابخانه مرکزی آستان قدس رضوی، جلد ۱۰، مشهد ۱۳۶۲ ش.
- قاضی‌زاده رومی، رساله فی استخراج جیب درجه واحده، نسخه‌های خطی شماره ۱۲۲۳۵/۶ و ۱۲۲۲۵/۴ کتابخانه آستان قدس رضوی؛ نسخه‌های شماره ۳۱۸۰/۱۱ و ۳۵۳۶/۱ کتابخانه ملی ملک؛ نسخه شماره ۵۵۵/۱ کتابخانه مدرسه عالی شهید مطهری (سپهسالار سابق)؛ نسخه خطی شماره ۱۵۳۱ (۱۵۱۹) کتابخانه و مرکز اسناد مجلس شورای اسلامی؛ نسخه خطی کتابخانه علوم دانشگاه هومبولدت برلین؛ نسخه خطی MS. Arab. e.93 کتابخانه بادلیان دانشگاه آکسفورد.
- قربانی، ابوالقاسم، زندگینامه ریاضیدانان دوره اسلامی از سده سوم تا سده یازدهم هجری، تهران ۱۳۷۵ ش.
- همو، کاشانی‌نامه، احوال و آثار غیاث‌الدین جمشید کاشانی، تهران ۱۳۶۸ ش.
- کاشانی، غیاث‌الدین جمشید، زیج خاقانی در تکمیل زیج ایخانی، نسخه خطی شماره ۲۶۹۲ کتابخانه سلیمانیه ترکیه.
- همو، مفتاح الحساب، نسخه خطی شماره ۳۱۸۰/۱ کتابخانه ملی ملک.

محیط طباطبائی، سید محمد، «غیاث‌الدین جمشید کاشانی»، مجله آموزش و پرورش، سال دهم، شماره سوم، خرداد ماه ۱۳۱۹ ش.  
منزوی، احمد، فهرستواره کتابهای فارسی، مجلد چهارم، تهران ۱۳۷۸ ش.

Aaboe, Asger, "Al-Kāshī's Iteration Method for the Determination of  $\sin 1^\circ$ ", *Scripta Mathematica*, Vol. 20, 1954, pp. 24-29

Pertsch, Wilhelm, *Verzeichniss der Persischen Handschriften der Königlichen Bibliothek zu Berlin*, Berlin 1888

Rosenfeld, Boris; Hogendijk, Jan P., "A Mathematical Treatise Written in the Samarqand Observatory of Ulugh Beg", *Zeitschrift fuer Geschichte der arabisch-islamischen wissenschaften*, Vol. 15, 2002-3, pp. 25-65



agesimal digits for every minute of arc. For the composition of this table al-Kāshī first used linear interpolation, but he later invented the remarkable iteration method described in his lost *Treatise on the Chord and the Sine*. The method is also described in five other texts: (1) the Persian treatise *On the Explanation of the Determination of the Sine of One Degree* (*Dar bayān-i istikhraj-i jayh-i yak daraja*) by al-Rūmī; (2) the *Commentary on Ulugh Beg's Astronomical Tables* (*Sharh-i Zīj-i Ulugh Beg*) by al-Qūshjī; (3) the *Rules of the Operation and Correction of the Table* (*Qasr al-'amal wa taḥḥiḥ al-'adwāl*) by the Turkish astronomer Mīrīm Chelebi (d. 1525);<sup>2</sup> this text was also known under the title *Sharh-i Zīj-i Ulugh Beg*; (4) the commentary on the *Zīj-i Ulugh Beg* by the Persian astronomer 'Abd al-'Alī al-Bīrjandī (d. 1528);<sup>3</sup> (5) the treatise published in the present paper.

A manuscript of the Persian treatise (1) of al-Rūmī is now in the German State Library in Berlin (Pertsch n° 339). A copy of this manuscript was made available to me by Dr. Klaus Schamhorst (Berlin, Humboldt University). The treatise (2) by al-Qūshjī may be extant [17, 362] but has apparently not been studied. The section on the sine of 1° of the work (3) of Mīrīm Chelebi appeared in French translation by J.-A. Sébillot in [26] and in [27, 77-83], and in Russian translation in [9, 311-319]. This text was used by F. Woepeke [32] and by A. Aaboe [1]. Mīrīm Chelebi wrote that his exposition in (3) is based on the commentary (2) of al-Qūshjī and on an unspecified treatise of al-Rūmī [27, 69, 77]. A comparison between (3) and the manuscript of (1) shows that (1) was the treatise by al-Rūmī to which Mīrīm Chelebi referred in (3). The section of the second book of al-Bīrjandī's commentary (4) on the determination of the sine of 1° was published in Russian translation by A. Ahmedov [3] on the basis of manuscript no. 704 of the Tashkent Institute for Oriental Studies. The Persian text of part of this section appeared in [18, 157-167].

### 3 The treatise published in this paper, by Boris Rosenfeld

This paper contains a facsimile edition with English translation and commentary, of the Arabic text (5), entitled "Treatise on the Determination of the Sine of One Degree" (*Risāla fi istikhraj jayh daraja wāhida*). The treatise must have been written after the death of al-Kāshī, because

<sup>2</sup> For Mīrīm Chelebi see [15, 31:543-545], [29, 163], [17, 473-476], [21, 316-317]. He was the grandson of al-Rūmī (son of his son) and of al-Qūshjī (son of his daughter).

<sup>3</sup> For al-Bīrjandī see [11, 11:541-543], [29, 167-184], [17, 173-175], [21, 314-316].

his name is always accompanied by the words "may God be merciful to him." The treatise contains descriptions of two methods for determining the sine of  $1^\circ$ , one by al-Kāshī and one by the anonymous author.

The treatise has come down to us in at least eight manuscripts, of which three are anonymous and five are attributed to al-Rūmī. Thus the work was in all probability written in the Samargand observatory of Ulugh Beg. Here is a list of the manuscripts:

(a) The translation in this paper is based in part on the anonymous manuscript which is now in the Scientific Library of the Humboldt University in Berlin; before World War II it was in the Institut für Geschichte der Medizin und Naturwissenschaften in Berlin, under number 1.15 [24, 166]. This manuscript is a handwritten copy of (b), made in the early 20th century in Cairo for Carl Schoy, who summarized part of the treatise in [25, 386-389]. This manuscript was also studied by Paul Luckey in the 1940s.<sup>4</sup>

(b) The second manuscript is in Cairo, National Library; Mustafā Fāḍil ṣayḥa no. 37. On this manuscript see [30, 44], [11, I:438, II:123-124]. In his *Survey of the Scientific Manuscripts in the Egyptian National Library* [12, 158], D.A. King wrote that this manuscript is anonymous and was copied around 1737. King attributed the manuscript to al-Rūmī on the basis of the reference to al-Rūmī by Mīrīm Chelebi in text (3) mentioned above [27, 77].

(c) The third manuscript of our treatise is in Istanbul, Kandilli Observatory (no. 76). This may have been the manuscript which was summarized and analyzed by the Turkish historian of mathematics Saḥih Zeki in his book *Remaining Traces (Athār-i bāqiyā)* [36, I:133-136]. Zeki also ascribed the treatise to al-Rūmī on the basis of the reference by Mīrīm Chelebi.

(d) The fourth manuscript is in Istanbul, Library of Hüseyin Çelebi (no. 751/3). The title of this manuscript is "Treatise on the Determination of the Sine of One Degree According to Operations Established by Arithmetic and Geometric Rules by the Method of Ghiyāth al-Dīn al-Kāshī" (*Risāla fī istikhrāj jayb daraja wāhida bi-'amal mu'assasa 'alā qawā'id ḥisābiyya wa ḥandasiyya 'alā tarīqat Ghiyāth al-Dīn al-Kāshī*), and the text is attributed to al-Rūmī.

<sup>4</sup> Luckey characterizes the work of our anonymous author as follows: "Der Verfasser des Kommentars übt neben allen Lobspüchen auf K. [al Kāshī] eine stellenweise kleinlich nörgelnde und verständnislose Kritik und hat keinen neuen Gedanken in das Verfahren hineingebracht" [14, 15]. Compare footnotes 53, 62, 64, 65 below.

(e) A fifth manuscript of this treatise, which is attributed to al-Rūmī, is in the Mashhad Library *Āstān-i quds-i Rūḡawī* (no. 12235/6).<sup>5</sup>

(f) A sixth manuscript of this treatise is in the Malek Library in Tehran (no. 3180).

(g) A seventh manuscript of this treatise is in the Malek Library in Tehran (no. 3536/1).

(h) An eighth manuscript of this treatise is in the Majlis Library in Tehran (no. 1531(1519)).

The manuscripts (f), (g) and (h) are mentioned by A. Qorbani in [17, 382] as attributed to al-Rūmī.

(j) The Arabic text of our anonymous treatise was printed together with the text of al-Kāshī's *Suḥuf al-Samāʾ*<sup>6</sup> and an anonymous treatise on multiplication on dust boards in a lithograph edition<sup>7</sup> in Tehran in A.H. 1299 / 1881-2 AD. It is unclear on which manuscript this edition is based, but since the edition (j) was printed in Tehran it is possible that (j) reproduces one of the manuscripts (f), (g) or (h). However, the fact that the name al-Kāshī appears as al-Qāshī in the preambula of (j) suggests that the preambula was not written in Iran, where the letter *qāf* is pronounced as *gh*, but rather in Turkey, where before 1925 this letter was pronounced as *k* and the combination *ka* was written as *qa*. Since manuscript (e) contains a table (reproduced in [36]) close to Table 2 in edition (j) (reproduced below), it is also possible that the prototype of edition (j) is manuscript (e) or a copy of this manuscript.

A facsimile of the Arabic text on pp. 38-49 of the lithograph edition (j) is appended to the present paper.

We now discuss the authorship of the treatise. Various possibilities will be considered: A: al-Kāshī himself; B: Qāḍī-Zādeh al-Rūmī; C: Ulugh Beg; and D: 'Alī al-Qūshjī.

A: The Turkish historian Hājī Khalīfa (1609-1657) listed a work by al-Kāshī entitled "Treatise on the Determination of the Sine of One Degree" (*Rindā ft stikhra' jayb daraja wāhida*) (5, III:264). This is also the title of our treatise in the anonymous Berlin and Cairo manuscripts (a) and (b). Thus the manuscripts (a) and (b) were ascribed to al-Kāshī in the card catalogue of the Scientific Library of Humboldt University in Berlin and by H. Suter [29, 174], [30, 44] respectively. But our

<sup>5</sup> For the third, fourth and fifth manuscripts see [7, 4].

<sup>6</sup> The title means "Stair to Heaven." The treatise is concerned with the sines and distances of the planets and stars in the Ptolemaic universe.

<sup>7</sup> This lithograph edition does not contain the original text of al-Kāshī's treatise on the determination of the sine of 1°.



treatise cannot have been written by al-Kāshī because he is mentioned as the "dearest brother" of its author.

B: In 1960 a Russian translation of the Berlin manuscript (a) appeared in [23]. In that article the treatise was attributed to al-Rūmī following the opinion of S. Zeki [36, 133]. We note that five of the eight known manuscripts are attributed to al-Rūmī. The anonymous manuscripts (a), (b) and (c) were also attributed to al-Rūmī by Rosenfeld in [23], by King in [12] and Zeki in [36]. Manuscript (d) is attributed to al-Rūmī in a colophon by a copyist, manuscript (e) is attributed to al-Rūmī in the catalogue of the library, that is to say, by a librarian, and probably the manuscripts (f), (g) and (h) were also attributed to al-Rūmī by copyists or librarians.

The name al-Rūmī is mentioned in the edition (j) in the preambula to the treatise (see p. 7 of this paper) as the person who edited and revised the treatise. This preambula refutes the authorship of al-Rūmī.

C: In his astronomical tables, Ulugh Beg states that he composed a work on the determination of the sine of one degree by mathematical proof [27, 83]. The commentary by al-Bīrjandī provides additional information. In the paper "Ulugh Beg and Saway Jay Singh" [8], Prof. T.N. Qary-Niyazov of Tashkent quotes this commentary from the manuscript Tashkent, Institute for Oriental Studies no. 458. Al-Bīrjandī says: "Since the approximate method for determining the sine of one degree has become known, I also want to give the proof of this way of determining it. There are two ways of determining it: one which was found by the Sultan of the Geometers Ghiyāth al-Dīn Jamshīd al-Kāshī, and another one which was explained in the work of the Holy Sultan-Martyr Ulugh Beg, let there be light on his grave"<sup>8</sup> The commentary of al-Bīrjandī includes an exposition of the treatise of Ulugh Beg on his method for the determination the sine of  $1^\circ$ . The chapter containing this exposition was published in Russian translation by A. Ahmedov in [3]. We have found a close agreement between this description by al-Bīrjandī and the anonymous treatise published in this paper.<sup>9</sup> This agreement and Ulugh Beg's reference to this treatise are arguments for Ulugh Beg's authorship of the anonymous treatise.

The attribution of our anonymous treatise to Ulugh Beg was proposed by Ashraf Ahmedov and Rosenfeld in 1975 [2], and the Russian

<sup>8</sup> For the Persian text see [8, 249-250], f. 77a of the manuscript [3, 107], and also [18, 160].

<sup>9</sup> Qorbinī [18, 159-167] discussed al-Bīrjandī's summary of the method of al-Kāshī but not the summary of the method of Ulugh Beg.

translation of the main part of this treatise with the table<sup>10</sup> from the book of S. Zeki [36, 129] was published as a work of Ulugh Beg in the *Source Book in the History of Mathematics* [35, 79-82], edited by A.P. Yushkevich in 1976. A report on Ulugh Beg's authorship of the treatise was presented by Ahmedov and Rosenfeld in 1993 at the symposium on the occasion of the 600th birthday of Ulugh Beg in Istanbul. The report was published in 2000 in [20], and our anonymous treatise is also attributed to Ulugh Beg in [15] and [21]. Another argument for Ulugh Beg's authorship is given in footnote 33 below.

Since none of the extant manuscripts of this treatise are attributed to Ulugh Beg, and five of them are attributed to al-Rāmi, some historians of science believe that the second method for the determination of the sine of  $1^\circ$  and the treatise published in this paper must be attributed to al-Rāmi rather than to Ulugh Beg. We note that al-Kāshī could have been called "dearest brother" by both Ulugh Beg and al-Rāmi.

D: In his commentary to the *Zīj* of Ulugh Beg, Mirim Chelebi wrote that there are other methods for the determination of the sine of  $1^\circ$ , which were explained in the commentary (2) by al-Qūshjī [27, 83]. Manuscript no. A 134/2 in the St. Petersburg Institute for Oriental Studies (formerly the Asiatic Museum) is entitled "Treatise on Arithmetic Rules and Geometric Indications" (*Risāla fi l-qawā'id al-ḥisābiyya wa'l-dalā'il al-ḥandasiyya*). The manuscript had been attributed to al-Qūshjī in [15, II-505], but in the catalogue of manuscripts of this Institute published in 1986 [10, 455], the treatise is ascribed to Bahā' al-Dīn al-'Amīlī (1547-1622), the prominent Iranian mathematician and Shaykh al-Islām at the court of the Safawid Shah 'Abbas I. This manuscript is located between two manuscripts nos A 134/1 and A 134/3 of al-'Amīlī, which are both theological treatises [10, 78]. If manuscript A 134/2 is indeed a work of al-'Amīlī, there is no doubt that it is a revision of a treatise of al-Qūshjī with the same title. B.A. Rosenfeld points out that this title almost coincides with the subtitle of our anonymous treatise in the manuscript Hüseyn Çelebi (4), so al-Qūshjī may also be the author of our treatise.

To sum up, the author of our text has not yet been identified with certainty, but the treatise was clearly written by a mathematician in the Samarkand observatory.

The translation in this paper is based on the Tehran lithograph edition (j) of which a facsimile has been appended. The entire text has

<sup>10</sup> This table resembles our Table 2 but is by no means identical to it. Zeki probably took it from the manuscript (c).

been compared with manuscript (a). The version in (j) contains several passages which are missing in (a) and also two tables (Tables 1 and 2), where manuscript (a) has only blank spaces. In the few instances where we have corrected the text in (j) by means of (a), the corrections have been mentioned in footnotes. In the translation, numbers in parentheses (j38), (j39) etc. and (a2), (a2) etc. refer to the beginning of pages in the lithograph edition (j) and the manuscript (a). Our own explanatory additions appear in square brackets.

We thank Dr. Klaus Scharnhorst (Berlin) for sending copies of the Berlin manuscript (a), Professor John L. Berggren (Burnaby BC, Canada), and Dr. Michael Rozenman (Washington DC) for commenting on earlier versions of this paper, and Prof. Mohammad Bagheri (Tehran) for sending a copy of the lithograph edition (j) which has been reproduced in this paper.

4 *Translation by Doris Rosenfeld and Jan P. Hogendijk*

{a1} {j38} A TREATISE ON THE DETERMINATION OF THE SINE OF ONE DEGREE WITH TRUE PRECISION, DETERMINED BY THE MOST PERFECT OF THE GEOMETERS, JAMSHĪD AL-QĀSĀNĪ, EDITED AND REVISED IN THIS LETTER BY QĀDĪ-ZĀDEH AL-RĪMĪ, THE AUTHOR OF THE COMMENTARY ON CHĀGHĪMĪNĪ<sup>11,12</sup>

{a2} In the name of God, the Merciful, the Compassionate.

I praise Him for His abundant blessings and His graceful kindness and I pray for His servants [i.e., the Prophets] who follow His revelations and teachings, and for their families who are rightly guided by His generosity and His inspiration.

Further, this treatise is about the determination of the sine of one degree by operations based on geometric and arithmetic rules suggested by the dearest brother, who was unique in his time, Jamshīd ibn Mās'ūd,

<sup>11</sup> On the astronomer al-Chaghmīnī or al-Jaghmīnī (died ca. 1220) see [15, p.368-370], [21, 196-199], the year of his death 743 H./1345 AD in [29, 164] and [17, 219-220] is incorrect. Al-Chaghmīnī was the author of *The Compendium on Astronomy* (al-mawāḍiḥ fī al-hay'a). More than 100 Arabic manuscripts of this commentary are listed in [6, 8-21]. For a German translation of this work see [22]. Al-Rīzī wrote a commentary on this work.

<sup>12</sup> Manuscript (a) bears the title "A Treatise on the determination of the sine of one degree," to which manuscript (d) adds "according to operations established by arithmetic and geometric rules by the method of Ghayāth al-Dīn al-Kāshī"