

# محاسبه میزان و سهم نگهداری بهینه اتکایی در شرکتهای بیمه با رویکرد ارزش در معرض ریسک



\* بهنام شهریار

\*\* سید محمد مهدی احمدی

هدف اصلی از این نوشتار ارائه روشی نوین برای برآورد میزان و سهم نگهداری بهینه اتکایی در ارتباط با کفایت سرمایه و خسارات بالقوه یک شرکت بیمه است. اگر چه روشهای متعددی برای محاسبه این میزان و سهم نگهداری بهینه وجود دارد، لیکن در این نوشتار با استفاده از روش حداقل سازی ارزش در معرض ریسک رشته بیمه آتش سوزی (این رشته بیمه بیش از همه به قراردادهای بیمه نیاز دارد) و شیوه شبیه سازی مونت کارلو (که یکی از روشهای تخمین ارزش در

\* . بهنام شهریار؛ دانشجوی دکتری دانشگاه مازندران.

E.mail: Shahriar\_behnam@yahoo.com

\*\* . سیدمحمد مهدی احمدی؛ دانشجوی دکتری دانشگاه تهران.

E. mail: ahmadi\_smm@yahoo.com

معرض ریسک است)، به محاسبه میزان و سهم نگهداری بهینه اتکایی شرکت بیمه ملت در سال ۱۳۸۴، در قراردادهای مختلف اتکایی، اقدام نموده‌ایم و در نهایت بدین نتیجه رسیده‌ایم که برای ارزش سرمایه مورد تعهد بیمه‌نامه‌ها، میزان و سهم نگهداری بهینه، بایستی در حدود ۵۸ درصد در قراردادهای مشارکت، ۸۴۵، ۳۵ میلیون ریال در قراردادهای مازاد خسارت و ۹۳۷، ۱۸ میلیون ریال در قراردادهای مازاد سرمایه باشد.

### کلید واژه‌ها:

ارزش در معرض ریسک، شبیه‌سازی مونت کارلو، مدل اقتصادسنجی، انتقال ریسک، روشهای اندازه‌گیری VAR



## مقدمه

یکی از مباحث بسیار مهم در علوم مالی، اندازه‌گیری ریسک است. در این علوم سه روش عمده برای اندازه‌گیری ریسک وجود دارد که عبارتند از: انحراف از معیار، ضریب تغییرات و ارزش در معرض ریسک<sup>۱</sup>. ارزش در معرض ریسک که از سال ۱۹۸۰ در بازارهای مالی بکار رفته است و توسط کمیته بال در ایالات متحده برای اندازه‌گیری سرمایه اقتصادی شرکت‌های مالی و سرمایه‌گذاری (کفایت سرمایه) استفاده می‌شود، ریسک نامطلوب را برآورد می‌کند. از طرفی همانطور که می‌دانیم، شرکت‌های بیمه برای دوری از ریسک حاصل از خسارات بالقوه پرتفولیوی خود اقدام به سرمایه‌گذاری و انعقاد قراردادهای اتکایی می‌کنند. در قراردادهای اتکایی بخشی از حق بیمه را بابت پذیرش تعهد از سوی بیمه‌گر اتکایی به بیمه‌گر اتکایی می‌دهند و مانده آن را نگه می‌دارند. به هر جهت از آنجا که هدف شرکت‌های بیمه (بویژه بیمه‌های خصوصی) حداکثر نمودن سود حاصل از عملیات بیمه‌ای است، بایستی حد بهینه‌ای برای این میزان نگهداری، با توجه به ریسک پرتفولیو و سرمایه اقتصادی خود، محاسبه کنند. وظیفه اصلی شرکت‌های بیمه، پذیرش ریسک و متعهد شدن در مقابل خسارات احتمالی است. در این راستا این شرکت‌ها بخشی از این تعهدات را که در توان آنها است نگهداری کرده و بخش دیگر را نیز به بیمه‌گران اتکایی انتقال داده (انتقال ریسک<sup>۲</sup>) و یا سرمایه‌گذاری می‌کنند. به عبارتی، حق بیمه اتکایی دریافت کرده و یا بیمه‌نامه‌ها از محل حق بیمه‌های دریافتی سرمایه‌گذاری می‌کنند. این عمل از آنجا اهمیت دارد که در صورت بروز خسارات بزرگ- که فراتر از توان مالی شرکت‌های بیمه هستند- این شرکت‌ها بتوانند پاسخگوی مطالبات بیمه‌گذاران باشند. شرکت‌های بیمه اصولاً از دو راه، ریسک مازاد بر توان مالی خود را انتقال می‌دهند، این دو شیوه عبارتند از قراردادهای اتکایی و سرمایه‌گذاری از محل حق بیمه‌های تعهدات شرکت بیمه. شرکت‌های بیمه در قراردادهای اتکایی، بخشی از تعهدات و حق بیمه مربوطه را بابت انتقال ریسک به شرکت‌های اتکایی اعطا می‌کنند و در ازای آن درصدی را

<sup>۱</sup>. علاوه بر VaR روش‌های پیشرفته‌تر VaR مانند TVaR و CVaR نیز برای اندازه‌گیری ریسک‌های نامطلوب بکار می‌روند.

<sup>۲</sup>. Risk Transferring.

با نام کارمزد اتکایی دریافت می‌نمایند. صرفنظر از بیان نحوه توزیع این تعهدات (مآزاد بر توان مالی و دارائیه‌های شرکت بیمه) بین بیمه‌گران اتکایی و یا حتی نحوه سرمایه‌گذاری؛ در این مقاله سعی شده است تا میزان و سهم نگهداری بهینه تعهدات شرکتهای بیمه با توجه به مبحث کفایت سرمایه و عدم اعسار<sup>۱</sup> تعیین شود. در حقیقت این نوشتار برآن است تا با استفاده از ابزار جدید اندازه‌گیری ریسک (*VaR*) که مبنای محاسبات کفایت سرمایه است، میزان نگهداری بهینه<sup>۲</sup> را برای شرکتهای بیمه بدست آورد.

### نحوه تعیین سهم نگهداری بهینه با رویکرد ارزش در معرض ریسک (مبانی نظری)

اگر چه روشهایی نظیر روش «استراب»<sup>۳</sup> و «دوفینیتی»<sup>۴</sup> برای محاسبه میزان بهینه نگهداری وجود دارند، لیکن در اینجا صرفاً قصد تعیین این میزان را با توجه به ارزش در معرض ریسک خسارات داریم. در این بخش، ابتدا ارزش در معرض ریسک را به عنوان یکی از روشهای جدید اندازه‌گیری ریسک معرفی می‌کنیم و سپس در مرحله بعد به بیان ارتباط آن با سهم نگهداری یک شرکت بیمه می‌پردازیم.

#### ارزش در معرض ریسک<sup>۵</sup>

ارزش در معرض ریسک از خانواده معیارهای اندازه‌گیری ریسک نامطلوب است.<sup>۶</sup> این شیوه اندازه‌گیری ریسک ابتدا به وسیله «تیل گولدمن» (۱۹۸۰)<sup>۷</sup> ارائه شد. این شاخص حداکثر خسارت انتظاری یک پرتفولیو (یا بدترین زیان ممکن) را برای یک افق زمانی مشخص با توجه به یک فاصله اطمینان معین بیان می‌کند. حداکثر خسارت ممکن یک پرتفولیو

<sup>۱</sup>. Solvency.

<sup>۲</sup>. Retention.

<sup>۳</sup>. Straub.

<sup>۴</sup>. Definetti.

<sup>۵</sup>. Value at Risk, VaR.

<sup>۶</sup>. Jorion, P, Value at Risk, (Mc Graw-Hill, 2000), pp. 205-227.

<sup>۷</sup>. Till Guldemann.

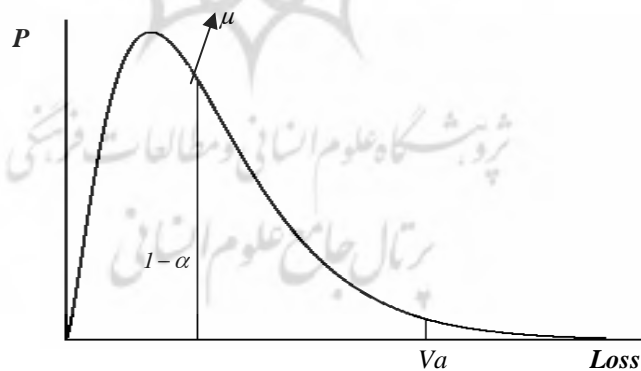
(VaR) با توجه به تابع چگالی خسارت که با  $f$  نمایش داده می‌شود، اندازه گیری می‌گردد. ارزش در معرض ریسک در حقیقت چندک<sup>۱</sup> تابع  $f$  در سطوح بحرانی ( $\alpha = 0.1$  و  $0.5$ ) است. این مفهوم را می‌توان در شکل (۱) مشاهده نمود. بنابراین طبق تعریف:

$$P(Loss \leq VaR) = \int_0^{VaR} f(L)dL = 1 - \alpha \quad (1)$$

$$VaR_{1-\alpha} = F^{-1}(1 - \alpha) \quad (2)$$

اصولاً هدف استفاده از شیوه ارزش در معرض ریسک، بهینه نمودن ارزش پرتفولیویی است، که در یک دوره زمانی مشخص با یک سطح اطمینان معین می‌تواند دچار سود یا زیان گردد.

شکل ۱. مفهوم ارزش در معرض ریسک با توجه به تابع توزیع خسارت



<sup>۱</sup>. Quantile.

## روش‌شناسی شبیه‌سازی مونت کارلو<sup>۱</sup>

روش شبیه‌سازی مونت کارلو بر اساس مدل بندی آماری عوامل ریسک پرتفولیو است. این شیوه رفتار، عوامل ریسک را در بازه زمانی  $[t, t + \Delta t]$  با فرض مشخص بودن تابع توزیع احتمال آنها، با ایجاد اعداد تصادفی شبیه‌سازی می‌کند<sup>۲</sup>. پس از آن  $VaR$  پرتفولیو با استفاده از تابع توزیع احتمال ارزش پرتفولیو- که حاصل شبیه‌سازی با کامپیوتر است- بدست می‌آید. این شیوه شبیه‌سازی مربوط به زمانی است که ما هیچگونه آماری درباره رفتار عوامل ریسک پرتفولیو نداریم. قبل از بحث در ارتباط با نحوه انجام شبیه‌سازی، ابتدا بایستی روش‌شناسی و متغیرهای مربوطه را تعریف کنیم. این روش‌شناسی را می‌توان به صورت شکل (2) نشان داد. در این شکل  $S$  ها به عنوان عوامل ریسک وارد رابطه شده و با ایجاد اعداد تصادفی  $u$  (جملات اختلال)،  $y$  های تصادفی را بوجود می‌آورند. برای فرمول بندی شبیه‌سازی مونت کارلو متغیرهای زیر در نظر گرفته می‌شود:

$S$  = بردار عوامل ریسک

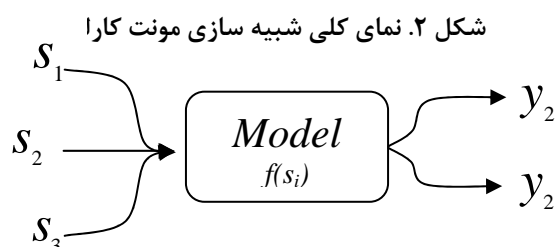
$\Delta t$  = افق زمانی محاسبه  $VaR$

$\Delta S$  = تغییرات عوامل ریسک در  $\Delta t$

$L$  = خسارات ارزش پرتفولیو ناشی از تغییرات ( $\Delta S$ ) عوامل ریسک در  $\Delta t$

<sup>1</sup>. Monte Carlo Simulation, MCS.

<sup>2</sup>. P. Glasserman, P. Heidelberger, P. Shahabuddin, "Efficient Monte Carlo Methods for Value-at-Risk", *IBMT*, J. Watson Research Center, (2002).



در اینجا خسارت عبارتست از تفاوت ارزش جاری پرتفولیو و ارزش آن در پایان افق زمانی  $\Delta t$  محاسبه  $VaR$ ، که در این صورت ارزش پرتفولیو از  $S$  به  $S + \Delta S$  تغییر می‌کنند. باید توجه داشت که دو موضوع بسیار مهم در ارتباط با دنباله توزیع خسارت وجود دارد:

نخست آنکه: احتمال خسارات و تعیین آستانه توزیع خسارات در صورتی که  $P(L > X_p)$  باشد، باید مد نظر قرار گیرد. و دوم آنکه: چندک  $X_p$  برای رابطه  $P(L > X_p)$ ،  $(\alpha = 0.01, 0.05)$  باید بدست آید.

$X_p$  در حقیقت مقدار عددی  $VaR$  است. به هر حال، محاسبه احتمالات خسارات، پیش شرط محاسبه چندک است، بنابراین ما باید ابتدا مسئله اول؛ یعنی آستانه توزیع خسارات را بدست بیاوریم و سپس چندک مورد نظر را جهت محاسبه  $VaR$  بدست آوریم.

• مبانی مراحل شبیه سازی مونت کارلو برای اندازه گیری  $VaR$ :

مراحل اصلی برای شبیه‌سازی مونت کارلو جهت تخمین احتمالات خسارات بصورت زیر است:

۱. تولید  $N$  سناریو توسط تغییرات نمونه‌ای عوامل ریسک  $(\Delta S^{(1)}, \dots, \Delta S^{(n)})$  در

افق زمانی  $\Delta t$ .

۲. ارزشگذاری مجدد پرتفولیو در پایان دوره زمانی  $\Delta t$  در سناریوهای مختلف  $(S + \Delta S^{(1)}, \dots, S + \Delta S^{(n)})$  و تعیین خسارت  $(L^{(1)}, \dots, L^{(n)})$  بوسیله کاهش ارزش پرتفولیو در هر یک از سناریوهای ساخته شده بر اساس ارزش فعلی پرتفولیو.

۳. محاسبه تابع توزیع سناریوها در مقادیر مختلف خسارات، به عبارت دیگر:

$$L: N^{-1} \sum_{i=1}^n I(L > X_p) \quad (18)$$

$$\begin{cases} I = 1; & t < T < t + \Delta t \\ I = 0; & T < t \end{cases}$$

در رابطه بالا  $T$  پایان دوره  $(t + \Delta t)$  است. بنابراین با ساختن مقادیر متعددی (اعداد تصادفی خسارات) برای ارزش پرتفولیو و تخمین تابع توزیع و محاسبه چندک آن می‌توان مقدار عددی  $VaR$  یعنی  $X_p$  را محاسبه نمود. لازم به ذکر است که با افزایش تعداد مشاهدات، تابع توزیع به سمت نرمال شدن میل نموده و نظریه حد مرکزی نیز در اینجا می‌تواند صادق باشد.

### ارتباط میزان و سهم نگهداری بهینه با ارزش در معرض ریسک

در روشی که ما در این مقاله معرفی خواهیم کرد، میزان و سهم نگهداری بهینه بر مبنای ارزش در معرض ریسک پرتفولیوی یک شرکت بیمه، محاسبه می‌گردد.<sup>۱</sup> به عبارتی، هدف، تعیین سهم نگهداری است که از طریق حداقل سازی حداکثر خسارت ممکن شرکت (VaR) بدست می‌آید. در این مدل از مدل خسارات انفرادی<sup>۲</sup> بجای مدل گروهی- که در آن شدت خسارات و فراوانی آنها دارای دو توزیع متفاوت و مستقل از یکدیگرند- استفاده می‌شود.

<sup>۱</sup>. J. Cai. Seng K. Tan. "Optimal Retention for a Stop Loss Reinsurance Under the VaR & CTE Risk Measures", *Insurance: Mathematics and Economics*, Vol. 37, (2006), pp. 229-238.

<sup>۲</sup>. Individual Losses.



فرض بر آن است که  $L$  خسارت تجمعی پرتفوی بیمه و یک متغیر تصادفی می‌باشد، بطوریکه دارای تابع توزیع تجمعی پیوسته  $F_L(l)$  (در اینجا خسارات مثبت در نظر گرفته شده‌اند) است. باید به این نکته اشاره کرد که این شیوه برای تعیین میزان و سهم نگهداری بهینه در حالت قراردادهای مازاد زیان مناسب است، لیکن می‌توان این سهم را برای سایر قراردادها معادل سازی نمود (این مبحث در بخش بعدی توضیح داده خواهد شد).  $L$  شامل دو بخش است،  $L_I$  که خسارت پرداختی بیمه‌گر اولیه و  $L_R$  که سهم خسارت بیمه‌گر اتکایی است. ارتباط  $L_I$  و  $L_R$  به صورت زیر است:

$$\begin{cases} L_I = \begin{cases} L, & L \leq d \\ d, & L > d \end{cases} = (L-d)^- = \min[L, d] \\ L_R = \begin{cases} 0, & L \leq d \\ L-d, & L > d \end{cases} = (L-d)^+ = \max[(L-d), 0] \end{cases} \quad (19)$$

اگر  $L-d > 0$  باشد،  $L-d$  انتخاب می‌گردد، در غیر این صورت صفر می‌شود. پارامتر  $d$  نیز همان مقدار نگهداشت است و آن مقدار خسارتی است که بیمه‌گر اولیه در قرارداد مازاد زیان<sup>۱</sup> می‌پردازد. همانطور که می‌دانیم در قراردادهای مازاد زیان و بیمه‌گر اتکایی بخشی از  $L$  را که فراتر از  $d$  است می‌پردازد<sup>۲</sup>. ارزش در معرض ریسک متغیر  $L$  عبارتست از، حداکثر خسارت ممکن یک پرتفولیو در سطح معینی از احتمال در یک دوره مشخص، اگر  $(\alpha = 0.05)$  باشد داریم:

$$\begin{aligned} P(L < VaR_L(\alpha)) &= 1 - \alpha \\ VaR_L(\alpha) &= F_L^{-1}(1 - \alpha) \end{aligned} \quad (20)$$

<sup>۱</sup>. Excess of loss.

<sup>۲</sup>. در قرارداد مازاد زیان اگر خسارت از یک حد توافقی فراتر رود قسمت مازاد را بیمه‌گر اتکایی می‌پردازد.

در حقیقت  $Var_L(\alpha)$ ، چندک<sup>۱</sup> تابع توزیع  $L$  است. باز هم در اینجا فرض بر آن است که حق بیمه اتکایی بر اساس اصل حق بیمه انتظاری<sup>۲</sup> تعیین می‌شود.<sup>۳</sup>

$$P(d) = (1 + \theta)E(L_R), \quad \theta > 0$$

$$\frac{\partial P(d)}{\partial d} < 0 \quad (۲۱)$$

$P(d)$  حق بیمه اتکایی مازاد زیان و  $\theta$  سربار ایمنی<sup>۴</sup> است. در اینجا برای بیمه‌گر اولیه هزینه کل به صورت زیر است و برابر با مجموع حق اتکایی و خسارت سهم بیمه‌گر اولیه است.

$$TC = L_I + P(d) \quad (۲۲)$$

در ادامه می‌توانیم فرمول لرزش در معرض ریسک را به صورت زیر بنویسیم:

$$VaR_L(d, \alpha) = \inf \{L : \Pr\{L_I > L\} \leq \alpha\} \quad (۲۳)$$

$$VaR_{TC}(d, \alpha) = \inf \{L : \Pr\{T > l\} \leq \alpha\} \quad (۲۴)$$

در اینجا متدلوژی تعیین میزان و سهم نگهداری، بهینه یابی VaR است (حداقل سازی)، بنابراین بر اساس مطالب مذکور تابع توزیع تجمعی خسارت به صورت زیر است:

<sup>۱</sup>. Quantile

<sup>۲</sup>. اصل حق بیمه انتظاری چنین است که حق بیمه دریافتی بابت بیمه نامه بایستی حداقل برابر با ارزش انتظاری خسارات وارده به مورد بیمه باشد.

<sup>۳</sup>. محمدرضا مشکانی، حمیدرضا نوایی، ریاضیات بیمه غیر زندگی، (تهران، بیمه مرکزی ایران، ۱۳۸۰)، ص ۷۸.

<sup>۴</sup>. Loading Factor

$$F_{L_l}(l) = \begin{cases} F_L(l), & 0 \leq l < d \\ 0, & l \geq d \end{cases} \quad (25)$$

اگر  $F_L(d) \leq 1 - \alpha \leq 1$  باشد و یا بطور معادل  $0 \leq d \leq F_L^{-1}(1 - \alpha)$  باشد، در این صورت  $VaR_{L_l}(d, \alpha) = d$  و اگر  $1 - \alpha > F_L(d)$  است، پس داریم:

$$VaR_{L_l}(d, \alpha) = \begin{cases} d, & 0 \leq F_L^{-1}(\alpha) \\ F_L^{-1}(\alpha), & d > F_L^{-1}(\alpha) \end{cases} \quad (26)$$

با استفاده از  $TC = L_l + P(d)$  داریم:

$$VaR_{TC}(d, \alpha) = VaR_{L_l}(d, \alpha) + P(d) \quad (27)$$

$$VaR_{TC}(d, \alpha) = \begin{cases} d + p(d), & 0 \leq d \leq F_L^{-1}(\alpha) \\ F_L^{-1}(\alpha) + p(d), & d > F_L^{-1}(\alpha) \end{cases} \quad (28)$$

از طرفی ما سطح احتمال متناظر با  $d$  را به صورت زیر داریم:

$$\theta^* = \frac{1}{1 + \theta} \quad (29)$$

با توجه به  $\theta^*$ ، سطح نگهداری بهینه  $d^*$  به صورت زیر تعیین می‌گردد:

$$d^* = F_L^{-1}(\theta^*) \quad (30)$$

یک تقریب برای سربار ایمنی وجود دارد که عبارتست از<sup>۱</sup>:

$$\theta = \frac{2 \frac{E(\pi)}{Var(\pi)}}{1 - 2 \frac{E(\pi)}{Var(\pi)}} \quad (31)$$

برای حداقل سازی ارزش در معرض ریسک داریم:

$$Min : VaR_{TC}(d, \alpha) = \begin{cases} d + p(d) \\ F_L^{-1}(\alpha) + p(d), d > F_L^{-1}(\alpha), 0 \leq \alpha \leq 1 \end{cases} \quad (32)$$

$$\frac{\partial VaR(d, \alpha)}{\partial d} = 0 \Rightarrow \frac{\partial [d + P(d)]}{\partial d} = 0 \quad (33)$$

$$P(d) = (1 + \theta)[E(L_R)] = (1 + \theta) \left[ \int_0^{+\infty} L.f(L) dL - \left[ \int_0^d d.f(d) dL \right] \right] \quad (34) \quad [ \quad ]$$

<sup>۱</sup> همان، ص ۱۱۳.

$$\frac{\partial[d + P(d)]}{\partial d} = 1 + (1 + \theta)[-df(d)] = 0 \rightarrow f(d) = \frac{1}{(1 + \theta)d} \quad (35)$$

$$F(d) = \int_0^{+\infty} f(d)dL = \theta^* = \frac{1}{1 + \theta}$$

باید توجه داشت که علی‌رغم اینکه  $d$  (میزان نگهداری) یک مقدار منحصر به فرد از خسارت و تابعی از خسارت ( $L$ ) است؛ ولی خسارت تابعی از میزان نگهداری نیست و به صورت تصادفی و مستقل اتفاق می‌افتد.

### متناسب سازی میزان نگهداشت قراردادهای مختلف اتکایی با سهم نگهداری شرکت بیمه<sup>۱</sup>

همانگونه که می‌دانیم، عمده قراردادهای اتکایی شامل قراردادهای نسبی<sup>۲</sup> و غیر نسبی<sup>۳</sup> هستند. قراردادهای نسبی شامل قراردادهای مشارکت<sup>۴</sup> و مازاد سرمایه<sup>۵</sup> بوده و قراردادهای غیرنسبی نیز شامل مازاد زیان<sup>۶</sup> است. روابط بین سهم نگهداری و نگهداشت قراردادهای مذکور را می‌توان به صورت جدول (۱) نمایش داد.<sup>۷</sup> در جدول (۱)، اندیس‌های  $I$  و  $T$  نشان دهنده مقادیر مربوط به بیمه گر اولیه و کل بوده و عبارات  $SI, R, C, line, n$  به ترتیب، نمایانگر تعداد بیمه نامه، میزان نگهداشت قرارداد مازاد سرمایه، میزان نگهداشت مازاد زیان، سهم نگهداری (به درصد)، سرمایه بیمه نامه و مبلغ خسارت می‌باشند.

<sup>۱</sup>. ممان، صص ۱۱۷-۱۱۸.

<sup>۲</sup>. Proportional.

<sup>۳</sup>. Nonproportional.

<sup>۴</sup>. Quota Share.

<sup>۵</sup>. Surplus.

<sup>۶</sup>. Excess of Loss.

<sup>۷</sup>. در این نوشتار فرض کرده ایم که خواننده با اینگونه قراردادها آشنایی داشته و لذا از تعاریف مربوط به آنها خودداری کرده‌ایم.

جدول ۱. روابط و میزان نگهداشت در قراردادهای مختلف اتکایی بر اساس سهم نگهداشت

نوع قرارداد	رابطه	میزان نگهداشت
مشارکت	$R_I = R$	$R_I$
مازاد سرمایه	$\frac{\sum SI_I}{\sum SI} = R$	$Line = \frac{\sum SI_I}{n}$
مازاد زیان	$\frac{L_I}{L_T} = R$	$L_I$

### اندازه‌گیری سهم نگهداری و تحلیل نتایج

در این بخش برای انجام محاسبات ما از داده‌های سرمایه‌های مورد تعهد شرکت بیمه ملت در رشته بیمه آتش سوزی (رشته بیمه انتخابی بیشترین نیاز را به بیمه اتکایی دارد)، به عنوان یک شرکت بیمه خصوصی تازه تأسیس با سابقه آماری اندک، در سال ۱۳۸۴ استفاده نموده‌ایم. از آنجا که ما یک شرکت بیمه با خسارات اندک را در نظر گرفته‌ایم و در نتیجه این تعداد خسارات از نظر فراوانی برای تعیین ارزش در معرض ریسک شرکت ناکافی به نظر می‌رسد، لذا از شیوه شبیه سازی مونت کارلو برای تعیین ارزش در معرض ریسک خسارات استفاده کرده ایم (در حقیقت، علت استفاده از آمار شرکت فوق نیز لزوم توجه شرکتهای بیمه خصوصی به عملکرد بهینه اتکایی است). شرکت بیمه مذکور دارای تعهدی معادل ۶۰،۰۰۰ میلیارد ریال و ۱۳۲۵ عد بیمه نامه صادره در رشته آتش سوزی در سال ۱۳۸۴ بوده است. ابتدا برای تعیین ارزش در معرض ریسک در ۱۷۷۰ سناریو، مبالغه خسارات شبیه‌سازی شده‌اند (پیوست ۱)<sup>۱</sup>، سپس ارزش در معرض ریسک این خسارات<sup>۲</sup> به عنوان سرمایه بر مبنای ریسک این رشته بدست آمده است. طبق روابط ذکر شده در بخش سوم میزان و سهم نگهداری در قراردادهای مختلف به صورت جدول (۲) می‌باشد (در این روش تابع توزیع خسارت آتش سوزی شرکت به صورت گاما آزمون و برازش شده که در پیوست (۲) آمده است).

<sup>۱</sup>. بر اساس خطای استاندارد ۰/۰۱.

<sup>۲</sup>. Risk Based Capital, RBC.

چنانچه در جدول (۲) می‌بینیم میزان نگهداری شرکت بیمه مذکور در قرارداد مزاد زیان در حدود ۸۴۵، ۳۵ میلیون ریال برای یکسال است که با توجه به قواعد ذکر شده در جدول (۱) می‌توان سهم نگهداری قرارداد مشارکت را در حدود ۵۸٪ و میزان نگهداری قرارداد مزاد سرمایه را در حدود ۹۳۷، ۱۸ میلیون ریال محاسبه کرد.

جدول ۲. نتایج شبیه سازی و میزان نگهداشت در قراردادهای مختلف اتکایی

$VaR_{TC}(d, \alpha=0.05)$	43,335 MIRR
$\theta$	0/001
$\theta^*$	0/999
$P(d)$	1,264 MIRR
<i>Sum Insured</i>	59,742,166 MIRR
<i>Number of policy</i>	1325
<i>Q/S Retention</i>	58%
<i>Excess of Loss Retention</i>	35,845 MIRR
<i>Surplus Retention</i>	18,937 MIRR

### نتیجه‌گیری

همانگونه که گفته شد، روشهای متعددی برای تعیین میزان و سهم نگهداری بهینه اتکایی در شرکتهای بیمه اولیه وجود دارد، که روش استراب و دوفینیتی از آن جمله‌اند، لیکن در این مقاله صرفاً قصد تعیین این سهم را با توجه به مقدار حداقل ارزش در معرض ریسک شرکت بیمه اولیه داشته‌ایم. در همین راستا، ابتدا ارزش در معرض ریسک را به عنوان یک روش کلیدی برای اندازه‌گیری ریسک‌های نامطلوب، معرفی نمودیم، سپس شبیه سازی مونت کارلو را به عنوان یکی از روشهای اندازه‌گیری این شاخص توضیح دادیم. در ادامه، رابطه

میزان و سهم نگهداری بهینه (قراردادهای مازاد زیان) را با این معیار و تعمیم آن به سایر قراردادهای اتکایی بیان کردیم. در پایان، با استفاده از شبیه سازی مونت کارلو، خسارات رشته بیمه آتش سوزی شرکت بیمه ملت را شبیه سازی کرده و با استفاده از روابط مذکور در زیربخش (۲-۳) و همچنین بخش (۳)، میزان و سهم نگهداری بهینه در رشته مورد نظر را محاسبه کردیم.

آنچه در این مقاله حائز اهمیت است، نگرش مؤلفان به نحوه محاسبه میزان و سهم نگهداری بهینه اتکایی در شرکتهای بیمه اولیه بوده است. اگر چه هدف این مقاله، مقایسه تطبیقی روشهای مختلف اندازه گیری این میزان نبوده، اما در این شیوه، شرکت بیمه مورد نظر به اندازه‌ای از حق بیمه اصلی نزد خود نگه می‌دارد، که ریسک نامطلوب وی در حداقل مقدار خود باشد، به عبارت دیگر، ارزش در معرض ریسک- که میزان حداقل ذخیره مالی مورد نیاز برای بروز خسارات احتمالی لازم است- در این میزان نگهداشت به حداقل خود می‌رسد. این موضوع از آن جهت مهم است که شرکتهای بیمه خصوصی به دنبال حداکثر نمودن منفعت و حداقل نمودن زیانهای احتمالی خود بوده و لازم است که در مورد اتخاذ تصمیمات صحیح در زمینه قراردادهای اتکایی و تعیین بهینه این میزان دقت لازم را به عمل آورند.

پژوهشگاه علوم انسانی و مطالعات فرهنگی  
پرتال جامع علوم انسانی



## پی‌نوشتها:

۱. پیکارچو، کامبیز و شهریار، بهنام و خسروی، عبدالحمید. «نحوه اندازه‌گیری ریسک صدور در شرکتهای بیمه با استفاده از روش ارزش در معرض ریسک». *فصلنامه صنعت بیمه*، سال ۲۱، شماره ۴ (زمستان ۸۵)، صص ۴۰-۵۹.
۲. راعی، رضا و سعیدی، علی. *مبانی مهندسی مالی و مدیریت ریسک*، تهران، انتشارات سمت، ۱۳۸۳.
۳. مشکانی، محمد رضا و نوایی، حمیدرضا. *ریاضیات بیمه غیرزندگی*، تهران، بیمه مرکزی ایران، ۱۳۸۰.
4. Brandimart, P. *Numerical Methods in Finance*. Wiley, Hoboken, New Jersey., 2000.
5. Cai, J. and Seng Tan, K. "Optimal Retention for a Stop Loss Reinsurance under the VaR & CTE Risk Measures"., *Insurance: Mathematics and Economics*, Vol. 37, (2006), pp. 229-238.
6. Danielsson, J. *Value-At-Risk and Extreme Returns*. London: School Of Economics., 2000.
7. Frain, J. and Meagan, C., *Market Risk: an Introduction to the Concept & Analytics of Value-at-Risk*. Central Bank of Ireland Research Technical Paper1/R/T, (1996).
8. Gallati, R., *Risk Management and Capital Adequacy*. McGraw-Hill., 2003.
9. Glasserma, P., Heidelberger, P., Shahabuddin, P. *Efficient Monte Carlo Methods for Value-at-Risk*. IBMT. J. Watson Research Center., 2002.
10. Jorion, P. *Value at Risk*. Mc Graw-Hill., 2000.

پژوهشگاه علوم انسانی و مطالعات فرهنگی  
پرتال جامع علوم انسانی

## پیوست‌ها:

پیوست ۱. شبیه‌سازی خسارات شرکت بیمه با استفاده از شبیه‌سازی مونت کارلو در نرم افزار Excel

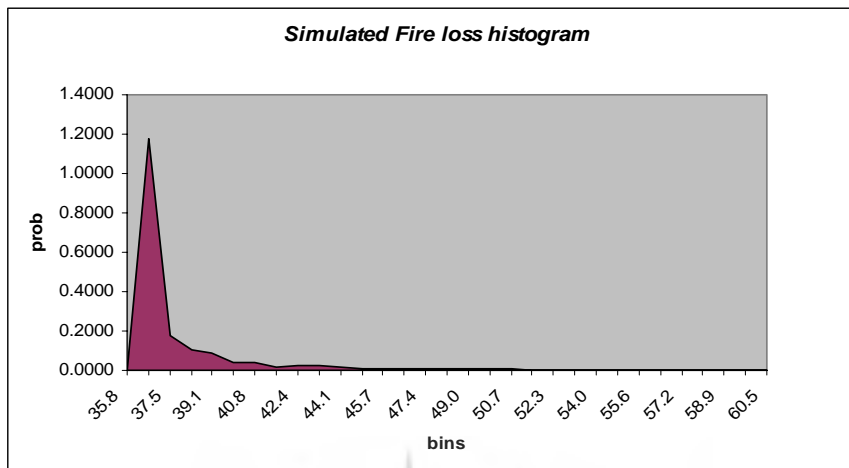
Bins(MIRR)	Count	cumulative prob	prob
35.8	1	0.0010	0.0010
36.7	1179	1.1790	1.1780
37.5	1355	1.3550	0.1760
38.3	1460	1.4600	0.1050
39.1	1548	1.5480	0.0680
40.0	1591	1.5910	0.0430
40.8	1630	1.6300	0.0390
41.6	1649	1.6490	0.0190
42.4	1672	1.6720	0.0230
43.3	1695	1.6950	0.0230
44.1	1707	1.7070	0.0120
44.9	1718	1.7180	0.0110
45.7	1726	1.7260	0.0080
46.5	1732	1.7320	0.0060
47.4	1742	1.7420	0.0100
48.2	1746	1.7460	0.0040
49.0	1750	1.7500	0.0040
49.8	1754	1.7540	0.0040
50.7	1759	1.7590	0.0050
51.5	1761	1.7610	0.0020
52.3	1761	1.7610	0.0000
53.1	1761	1.7610	0.0000
54.0	1761	1.7610	0.0000
54.8	1761	1.7610	0.0000
55.6	1762	1.7620	0.0010
56.4	1764	1.7640	0.0020
57.2	1765	1.7650	0.0010
58.1	1765	1.7650	0.0000
58.9	1765	1.7650	0.0000
59.7	1766	1.7660	0.0010
60.5	1766	1.7660	0.0000

RISK FACTOR	59,742.2	<b>Insurance Maximum loss Forecast &amp; Retention Determination</b>	
SENARIEOS	Simulated Losses		
N1	46.3		
N2	37.1	<b>Input Values</b>	
N3	35.8	<b>1- Distribution inputs</b>	
N4	35.8	Scale Parameter	6.34
N5	35.8	Shape parameter	0.22
N6	35.9	Beta	0.0006
N7	36.2	<b>Output Values-1</b>	
N8	37.3		
N9	44.1	<b>2-Summary Statistics</b>	
N10	36.1	Sample Size (n):	1770
N11	35.8	Mean:	37.11
N12	35.8	Reinsurance Mean	1.26
N13	35.9	STDEV:	2.61
N14	35.8	Mean Standard Error:	0.08
N15	35.9	<b>3- VaR <math>\tau_c(d, \alpha=0.05)</math></b>	
N16	36.6	IRR 43,334,801,070	
N17	37.8		
N18	36.5	<b>Output Values-2</b>	
N19	38.4	<b>4- Risk Retention</b>	
N20	35.9	Relative Safety Loading	0.001
N21	35.8	RE: Relative Safety Loading	0.999
N22	35.9	P(d)	1,264,139,167
N23	36.4	Sum Insured	IRR 59,742,165,744,190
N24	36.4	(Loss Retention/VaR)/SL	IRR 34,880,891,226,856
N25	35.9	VaR( $c=0$ )	IRR 61,393,953,691
N26	46.0	O/S Retention	58%
N27	35.8	Exces of Loss Retention	IRR 35,845,299,447
N28	35.8	Surplus Retention	IRR 28,335,411,232
N29	35.9		
N30	35.9		
N1770	35.9		

پروژه‌های علوم انسانی و مطالعات فرهنگی  
 پرتال جامع علوم انسانی

RISK FACTOR	59,742.2	<b>Insurance Maximum loss Forecast &amp; Retention Determination</b>	
SENARIOS	Simulated Losses		
N1	46.3		
N2	37.1	<b>Input Values</b>	
N3	35.8	<b>1- Distribution inputs</b>	
N4	35.8	Scale Parameter	6.34
N5	35.8	Shape parameter	6.22
N6	35.9	Beta	0.0966
N7	36.2	<b>Output Values-1</b>	
N8	37.3	<b>2-Summary Statistics</b>	
N9	44.1	Sample Size (n):	1770
N10	36.1	Mean:	37.11
N11	35.8	Reinsurance Mean	1.26
N12	35.8	STDEV:	2.61
N13	35.9	Mean Standard Error:	0.08
N14	35.8	<b>3- VaR<sub>TC</sub> (d, α=0.05)</b>	
N15	35.9	IRR 43,334,801,070	
N16	36.6	<b>Output Values-2</b>	
N17	37.8	<b>4- Risk Retention</b>	
N18	36.5	Relative Safety Loading	0.001
N19	38.4	RE Relative Safety Loading	0.999
N20	35.9	P(d)	1,264,139,167
N21	35.8	Sum Insured	IRR 59,742,165,744,190
N22	35.9	(Loss Retention VaR)/SL	IRR 34,880,891,226,856
N23	36.4	VaR(α=0)	IRR 61,393,953,691
N24	36.4	Q/S Retention	58%
N25	35.9	Exces of Loss Retention	IRR 35,845,299,447
N26	46.0	Surplus Retention	IRR 28,335,411,232
N27	35.8		
N28	35.8		
N29	35.9		
N30	35.9		
N1770	35.9		

پژوهشگاه علوم انسانی و مطالعات فرهنگی  
 برتال جامع علوم انسانی



## پیوست ۲. آزمون تشخیص تابع توزیع تجربی خسارات

Empirical Distribution Test for Fire loss  
 Hypothesis: Gamma  
 Date: 07/10/98 Time: 12:52  
 Sample(adjusted): 1 22  
 Included observations: 22 after adjusting endpoints

Method	Value	Adj. Value	Probability
Cramer-von Mises (W2)	0.2895		< 1
Watson (U2)	0.2029		< 1
Anderson-Darling (A2)	1.5279		< 1

Method: Maximum Likelihood (Marquardt)  
 Convergence achieved after 13 iterations  
 Covariance matrix computed using second derivatives

Parameter	Value	Std. Error	z-Statistic	Prob.
M	0		*	NA NA
S	6.3399		3.2220	1.9677 0.0491
R	0.2227		0.0519	4.2950 0.0000
Log likelihood	4.6733	Mean dependent var.		1.4121
No. of Coefficients	2.0000	S.D. dependent var.		3.9389

\* Fixed parameter value