

دانش و پژوهش

دانشگاه آزاد اسلامی واحد خوراسگان (اصفهان)

(علوم انسانی)

شماره سوم - بهار ۱۳۷۹

صص ۸ - ۱

**مقایسه زمان حل مسأله بین حالت‌های مختلف مسأله
و شیوه‌های بیان مسأله در معادلات درجه اول یک مجهولی
در بین دانش آموزان سال دوم ریاضی شهر اصفهان**

علیرضا یوسفی* - حمیدرضا عربی** - صفورا یزدچی***

چکیده

این پژوهش با عنوان مقایسه زمان حل مسأله بین حالت‌های مختلف مسأله و شیوه‌های بیان مسأله در معادلات درجه اول یک مجهولی در بین دانش آموزان سال دوم ریاضی انجام گرفته است. جامعه تحقیق دختران سال دوم ریاضی شهر اصفهان می‌باشند که به صورت تصادفی گزینش شده‌اند.

دو فرضیه به شرح زیر و به روش تجربی آزمون شده است.

- ۱- بین زمان حل مسأله در گروه معادله‌ای و کلامی تفاوت وجود دارد. (اثر اصلی)
 - ۲- بین زمان حل مسأله در حالت‌های مختلف حل مسأله تفاوت وجود دارد. (اثر اصلی)
- اطلاعات به دست آمده از طریق آزمون تحلیل واریانس بررسی گردید. نتایج به دست آمده فرضیه‌های پژوهش را تأیید می‌کرد.

واژه‌های کلیدی: مسائل کلامی و مسائل معادله‌ای - آموزش ریاضی.

* - استادیار علوم تربیتی دانشگاه علوم پزشکی اصفهان

** - مربی گروه روان‌شناسی دانشگاه آزاد اسلامی واحد خوراسگان

*** - کارشناس ارشد علوم تربیتی

مقدمه

مسائل جبری یک متغیره به صورت $ax+b=c$ را معادلات یک متغیره درجه اول می نامند. معلمان می توانند این مسائل را به دو صورت به دانش آموزان ارائه دهند که یکی با استفاده از نمادهای ریاضی است که در قالب کلی فوق قرار دارد و دیگری به صورت داستانی ارائه می شود که برای حل آن نیاز به نوشتن معادله فوق است که در این صورت بیان مسأله به شکل کلامی است. در روان شناسی و آموزش ریاضی ارائه به صورت اول را بیان معادله ای و ارائه به صورت دوم را بیان کلامی می نامند. یکی از مسائل مهم در روان شناسی شناختی این است که آیا این دو نحوه ارائه مسأله در انتخاب راهبردهای حل و زمان حل مسأله مؤثر است یا خیر؟ و پدیده های شناختی مؤثر در حل مسائل کلامی و معادله ای چه هستند؟ معلمان ریاضی فقط به روش حل مسأله توجه دارند. این مسأله که جملات معلوم و مجهول دسته بندی شوند و... و توجهی به فرایندهای شناختی حل مسأله ندارند در حالی که درک آنها بسیار مهم است و نقش واقعی معلم توجه به پدیده های شناختی است. زیرا با درک آنها مثلاً می توان به دانش آموزان بهتر یاد داد، می توان بر مشکل کودکان کند آموز و دیر آموز غلبه کرد، می توان با موفقیت از رویکردهای جایگزین استفاده کرد. اسکینر معلمان را قابل تقلیل به ماشین های آموزشی می دانست. زیرا آنها نقش خود را، ارائه فئونی به دانش آموزان می دانند که ماشین های آموزشی این کار را بهتر انجام می دهند. به همین دلیل پیازه معلمان را به درک فرایندهای شناختی حل مسأله که در ذهن دانش آموزان می گذرد، دعوت می کند. در این مقاله به فرایندهای شناختی حل مسائل یک متغیره یک مجهولی کلامی و معادله ای جبر پرداخته شده است. موضوع دیگر آن است که هر چند تعداد زیادی از مسائل به صورت کلی فوق دسته بندی می شوند، اما از نظر روان شناسی شناختی زیرگروه های متفاوتی را می توان از نظر حالت های حل مسأله تعریف کرد که از نظر درجه دشواری متفاوت هستند. این دسته بندی برای معلمان ریاضی بسیار مهم است، زیرا آنها می توانند مسائل را از ساده به دشوار تنظیم کنند یا با توجه به تفاوت های فردی، مسائل را ارائه دهند. در این پژوهش به این موضوع هم توجه شده است.

مسائل جبری را به دو صورت می توان بیان کرد؛ کلامی و معادله ای.

مسائل کلامی: گاهی معادله درجه اول یک متغیره به صورت یک جمله فارسی بیان می شود و برای حل، دانش آموزان این جمله فارسی را به یک معادله درجه اول تبدیل

مقایسه زمان حل مسأله بین حالت‌های مختلف ... / ۳

می‌کنند. این نوع مسائل، معادلات کلامی جبری نامیده می‌شود و دانش‌آموزانی که این نوع مسائل را حل می‌کنند گروه کلامی نامیده می‌شوند.

به عنوان مثال: عددی را به دست آورید که اگر از ۳ برابر آن ۱۱ واحد کم کنیم و حاصل را در عدد ۲ ضرب کنیم مساوی است با اینکه ۸ واحد به ۳ برابر آن عدد بیفزاییم. مسائل معادله‌ای: گاهی معادله درجه اول یک متغیره به صورت یک تساوی ریاضی بین اعداد و متغیره‌ها بیان می‌شود. این گونه مسائل، مسائل معادله‌ای جبری نامیده می‌شود و دانش‌آموزانی که این مسائل را حل می‌کنند گروه معادله‌ای جبری نام می‌گیرند. به عنوان مثال:

$$2(3x - 11) = 8 + 3x$$

برای حل این گونه مسائل معمولاً دو نوع عمل نیاز است.

حرکتها: زمانی که یک متغیر یا یک عدد از یک طرف معادله به طرف دیگر معادله به کمک چهار عمل اصلی منتقل شود این عمل حرکت نامیده می‌شود.

محاسبات: ترکیب دو عدد یا دو متغیر به کمک چهار عمل اصلی در یک طرف معادله محاسبه نامیده می‌شود.

$$6x - 22 - 3x = 8$$

برای مثال، در این مسأله یک حرکت این است که به دو طرف معادله عدد ۲۲ را

$$6x - 3x = 8 + 22$$

اضافه کنیم یعنی:

یک راه دیگر این است که یک محاسبه انجام دهیم و دو متغیر موجود در یک

$$3x - 22 = 8$$

طرف معادله را ترکیب کنیم و این حالت را به دست آوریم:

حالت‌های هر مسأله به حداقل حرکت و محاسبه مورد نیاز گفته می‌شود تا حالت

آخر مسأله یعنی حالت هدف، عدد ثابت = x به دست آید. مثلاً زمانی که می‌گوییم مسأله

۳۲، یعنی مسأله‌ای که برای رسیدن به حالت هدف، به ۳ محاسبه و ۲ حرکت نیاز دارد.

حالت‌های مسائل مطرح شده در این تحقیق عبارت‌اند از:

$$۱۰، ۱۱، ۲۱، ۲۱، ۲۲، ۲۲، ۳۱، ۳۲، ۳۲، ۳۳، ۵۱، ۵۲، ۵۳، ۵۴$$

یعنی در حالت ۵۴ حداقل ۵ محاسبه و ۴ حرکت نیاز است تا مسأله به حالت

هدف یعنی حالت .. برسد و X برابر یک عدد ثابت به دست آید. منظور از علامت (*) در

بالای چند حالت از مسائل، یعنی مسائلی که به تعداد محاسبه و حرکت یکسان با حالت

قبلی نیاز دارد، ولی شکل ظاهری آنها متفاوت است که برای مثال یک نمونه از این گونه

مسائل در زیر نمایش داده می‌شود (مایر ۱۹۸۲):

$$۸ + ۲۲ = ۳x \quad (۲۱) \quad \text{و} \quad ۳۰ = ۶x - ۳x \quad (۲۱'')$$

اظهار نظر: حال به نظر می‌رسد بین زمان حل مسأله در دو گروه کلامی و معادله‌ای تفاوت وجود دارد و همچنین یک مسأله حالت ۵۴ بیش از یک مسأله حالت ۲۲ زمان برای حل نیاز دارد. هدف این مقاله این است که وجود یا عدم وجود تفاوت معنا دار زمان حل بین دو گروه معادله‌ای و کلامی و حالت‌های مختلف مسأله را مورد بررسی قرار دهد. در این قسمت به ذکر چند تحقیق که زمینه روان‌شناسی شناختی دارد می‌پردازیم.

در پژوهشی که مایر در سال ۱۹۸۲ انجام داد، ۲۱ نفر از دانشجویان در گروه مسائل به شکل کلامی و ۲۱ نفر از دانشجویان در گروه مسائل به شکل معادله‌ای شرکت کردند. نتایج نشان داد که:

۱- زمان حل برای معادلات به شکل کلامی بیشتر از زمان حل برای معادلات به شکل معادله‌ای می‌باشد.

۲- زمان حل مسائل با حرکتها و محاسبات متفاوت یکسان نیست.

در این پژوهش فرضیه تعاملی نیز مورد تأیید قرار گرفت و نتیجه گرفته شد که دانش‌آموزانی که مسأله را به شکل معادله‌ای دریافت می‌کنند از راهبرد جداکننده و دانش‌آموزانی که مسأله را به شکل کلامی دریافت می‌کنند از راهبرد کاشی استفاده می‌کنند. مایر (۱۹۷۸) تحقیقی روی ۱۸۴ دانش‌آموز انجام داد. در این تحقیق نامعادلات به دو شکل داستانی و عددی به دانش‌آموزان داده شد و نتیجه گرفت که، نامعادلات به شکل عددی و داستانی با اندازه‌های مختلف، به زمان حل و حافظه‌ای متفاوت نیاز دارند. بین متغیرهای مستقل، شکل نامعادلات (عددی - داستانی) و اندازه‌های متفاوت نامعادلات بر زمان حل مسائل اثر تعاملی وجود دارد.

یزدچی (۱۳۷۸، الف) نشان داد که شیوه‌های بیان مسأله در معادلات درجه اول می‌تواند بر راهبردی که دانش‌آموزان انتخاب می‌کنند تأثیر بگذارد.

یزدچی (۱۳۷۸، ب) زمان حل مسأله در دو گروه کلامی و معادله‌ای را مورد مقایسه قرار داد و به بررسی اثر تعاملی میان بیان آن و حالت‌های مسأله با زمان حل مسأله پرداخت و نشان داد که راهبرد دانش‌آموزان در دو گروه معادله‌ای و کلامی متفاوت از یکدیگر است.

عریضی سامانی (۱۳۷۴) در پژوهش خود به نتایج زیر دست یافت. مسائل بکریخت (مسائل با شکل یکسان اما مسیر متفاوت برای حل) به دانش‌آموزان داده شد و در مجموعه‌ای از مسائل اثر مرحله (بیشتر بودن تعداد خطا در مرحله زیر هدف مسأله دو حرکتی) مشاهده شد. مسائل همریخت (مسائل با شکل‌های متفاوت برای یک مسیر حل) اما با درجه متفاوت دشواری به دو گروه آزمودنی داده شد که معلوم شد تغییر

شکل مسأله آن را دشوارتر می‌گرداند. در آزمون دیگر معلوم شد که حتی در مسائلی که شکل ظاهری کاملاً یکسانی دارند ممکن است یک مسأله آشنا تر ارزیابی شود و در این صورت در روش حل و میزان رخداد اثر مرحله تأثیر بگذارد.

عریضی سامانی (۱۳۶۷) در تحقیقی مسائل کلامی را مورد مطالعه قرار داد. این تحقیق شامل چهار آزمایش بود که در دو آزمایش اول دانش‌آموزان مفید بودن راه حل‌ها را برای زوج مسائل رتبه‌بندی می‌کردند که آزمایش اول شامل مسائل ترکیبی^۱ و آزمایش دوم شامل مسائل کاری^۲ بود. مسائل یا هم‌ارز (دارای یک داستان و یک روش حل)، یا مشابه (یک داستان اما با روش‌های مختلف حل)، یا یکریخت (داستان‌های مختلف اما با یک روش حل) و یا نامربوط (داستان‌ها و روش‌های مسأله هر دو متفاوت) بودند.

عریضی سامانی (۱۳۷۷) تحقیقی بر روی ۱۰۳ نفر از معلمان مدارس ابتدایی انجام داد. سؤالات به شکل چهارگزینه‌ای بود و معلمان باید تصمیم می‌گرفتند که پاسخ درست کدام است. نتیجه گرفته شد که معلمان مدارس ابتدایی پاسخ‌های نیوتونی را بیشتر غلط و پاسخ‌های غیر نیوتونی را صحیح می‌دانند.

روش

پژوهش حاضر از لحاظ نوع اطلاعات و دانش به دست آمده، پژوهشی کاربردی است و از لحاظ روش تحقیق نیز مبتنی بر روش تحقیق تجربی است. در تحقیق حاضر با دو گروه نمونه که نماینده یک جامعه می‌باشد سر و کار داریم و بر هر دو گروه نمونه متغیر مستقل به دو شکل مختلف اعمال می‌شود، یک گروه بیان مسأله به شکل کلامی و یک گروه بیان مسأله به شکل معادله‌ای.

دو گروه نمونه از جامعه دانش‌آموزان دختر دوم ریاضی شهر اصفهان در نیمسال اول سال تحصیلی ۷۷-۷۸ انتخاب شدند. گزینش به صورت تصادفی و حجم نمونه کلاً ۴۴ نفر است که به دو گروه ۲۲ نفری تقسیم شدند.

ابزار مورد استفاده در پژوهش

۱- پرسشنامه کلامی حاوی ۹۸ معادله درجه اول با حالت‌های مختلف (۱۴ حالت متفاوت مسأله از هر حالت، ۷ مسأله) ساخته شد و پایایی سنجی و اعتباریابی گردید.

- ۲- پرسشنامه معادله‌ای حاوی ۹۸ معادله درجه اول با حالت‌های مختلف (۱۴ حالت متفاوت مسأله از هر حالت، ۷ مسأله) ساخته شد و پایایی سنجی و اعتباریابی گردید.
- ۳- ابزار نرم‌افزاری کامپیوتری برای یادداشت زمان حل مسأله به هر سؤال پرسشنامه برای هر دو گروه.

سؤالات را به شکل انفرادی به دانش‌آموزان می‌دادند و از آنها می‌خواستند بدون داشتن کاغذ و قلم مسائل را حل کنند و جواب به دست آمده را به رایانه بدهند که در صورت درست بودن جواب زمان حل مسأله برای هر مسأله یادداشت می‌شد و دانش‌آموز به سراغ مسأله بعدی می‌رفت و در صورت غلط بودن جواب اگر زمان حل مسأله کمتر از ۱ دقیقه بود دانش‌آموز یک‌بار دیگر برای به دست آوردن جواب درست تلاش می‌کرد و در صورتی که زمان حل مسأله از ۱ دقیقه بیشتر می‌شد، مسأله مورد نظر برای محاسبات در نظر گرفته نمی‌شد. این ابزار را پژوهشگر ساخته بود. پایایی و اعتبار پرسشنامه به کمک آلفای کرونباخ $0/96$ به دست آمد که در سطح $\alpha = 0/01$ معنی‌دار می‌باشد. از روش آماری تحلیل واریانس با اندازه‌های مکرر یعنی عوامل متقاطع یا درون‌گروهی (حالت‌های مسأله) و عوامل آشیانی یا بین‌گروهی که شیوه‌های بیان مسأله (کلامی- معادله‌ای) می‌باشد، استفاده شد.

نتایج

به منظور ارزیابی تفاوت زمان حل مسأله در گروه کلامی و گروه معادله‌ای و همچنین تفاوت زمان حل مسأله در حالت‌های مختلف مسأله از تحلیل واریانس با دو عامل بین‌گروهی و درون‌گروهی استفاده شد که نتایج در جدول شماره ۱ نشان داده شده است.

جدول شماره ۱- جدول تحلیل واریانس

منبع تغییرات	مجموع مجذورات	درجه آزادی	میانگین مجذورات	اندازه F	سطح معنی‌داری
اندازه اثرهای اصلی	۵۵۱۰۳/۱۰۲	۱۴	۳۹۳۵/۹۳۶	۱۸۴/۰۰۰	۰/۰۰۰۱
کلامی - معادله‌ای	۱۱۷۹۸/۸۵۱	۱	۱۱۷۹۸/۸۵۱	۵۵۱/۵۸۱	۰/۰۰۰۱
حالت‌های مسأله	۴۳۳۰۴/۲۵۱	۱۳	۳۳۳۱/۰۹۶	۱۵۵/۷۲۴	۰/۰۰۰۱

مقایسه زمان حل مسأله بین حالت‌های مختلف ... / ۷

همان‌طور که مشاهده می‌شود مقدار F به دست آمده از $(0/01, 1, 588) = 6/59$ ب F بیشتر می‌باشد یعنی بین دو گروه معادله‌ای و کلامی در زمان حل مسأله تفاوت معنادار وجود دارد.

در مورد فرضیه دوم نیز مقدار F برابر $155/724$ به دست آمد که از مقدار $(0/01, 13, 588) = 2/11$ ب F بیشتر می‌باشد، یعنی بین زمان حل مسأله در حالت‌های مختلف مسأله تفاوت معنی‌داری وجود دارد.

بحث و نتیجه‌گیری

نتیجه تحقیق کنونی نشان‌دهنده تفاوت بسیار زیاد و معنی‌داری از نظر آماری بین زمان حل مسأله در دو گروه معادله‌ای و کلامی می‌باشد. نتایج نشان می‌دهد که این تفاوت حاکی از این است که زمان حل مسأله در گروه کلامی بیشتر از زمان حل مسأله در گروه معادله‌ای می‌باشد (جدول ۱).

این نتیجه با تحقیق مایر (۱۹۸۲) مبنی بر اینکه زمان حل مسأله در گروه کلامی بیشتر از زمان حل مسأله در گروه معادله‌ای می‌باشد همسو است. همچنین نتیجه به دست آمده از این تحقیق با نتیجه تحقیق مایر (۱۹۷۸) مبنی بر اینکه نامعادلاتی که به شکلهای متفاوت عددی و داستانی بیان می‌شوند الگوریتم و حافظه متفاوت برای حل نیاز دارند همخوانی دارد.

نتیجه دیگر پژوهش حاضر این است که زمان حل مسأله در حالت‌های مختلف مسأله متفاوت می‌باشد. نتیجه به دست آمده با تحقیق مایر (۱۹۸۲) که در مورد زمان حل معادلات در حالت‌های مختلف مسأله انجام شد همسو است. مایر نتیجه گرفت که زمان حل مسأله در حالت‌های مختلف مسأله متفاوت است. همچنین مایر (۱۹۷۸) نتیجه گرفت که زمان حل نامعادلات به شکلهای عددی و داستانی به اندازه این نامعادلات بستگی دارد که نتیجه به دست آمده از این پژوهش با نتیجه تحقیق مایر همخوانی دارد.

در تحقیق دیگری که عربی سامانی (۱۳۷۴) انجام داد در یک آزمون مسائل یکریخت به دانش‌آموزان داده و نتیجه گرفته شد که در مسائل دو حرکتی تعداد اثر مرحله (تعداد خطا در زیر هدفها) بیشتر از اثر مرحله در مسائل یک حرکتی می‌باشد یعنی هرچه به تعداد حرکتها در مسائل هندسی افزوده می‌شود تعداد خطا در این مسائل

نیز زیادتر می‌گردد که نتیجه به دست آمده با نتیجه تحقیق کنونی مبنی بر اینکه زمان حل مسأله بستگی به تعداد محاسبات و حرکتها دارد همخوانی دارد. در آخر توصیه می‌شود که معلمان زمان حل هر معادله را متناسب با شیوه بیان مسأله و حالت مسأله مطرح شده در نظر بگیرند.

منابع و مأخذ

عریضی سامانی، ح. (۱۳۷۴)، بررسی رابطه میزان آشنایی با نوع و ابعاد شکل هندسی با نوع خطا در مراحل حل مسائل چندحرکتی با توجه به روش حل مسأله در دانش‌آموزان سال اول دبیرستانهای اصفهان، (پایان‌نامه کارشناسی ارشد)، دانشکده علوم تربیتی و روان‌شناسی، دانشگاه شهید چمران، اهواز.

عریضی سامانی، ح. (۱۳۷۶)، مدل نگاشت ساختاری برای حل مسائل کلامی، تحقیق، دانشکده علوم تربیتی و روان‌شناسی، دانشگاه شهید چمران، اهواز (زیر چاپ).

عریضی سامانی، ح. (۱۳۷۷)، میزان تفکر نیوتونی در میان معلمان مدارس ابتدایی اصفهان، تبریز، (۱۳۷۸)، کتاب ره‌آورد فیزیک، انجمن فیزیک ایران.

یزدچی، ص. (۱۳۷۸)، الف - تأثیر شیوه‌های بیان مسأله و حالت‌های مسأله بر راهبرد حل مسأله در معادلات درجه اول یک‌مجهولی در دانش‌آموزان دختر سال دوم ریاضی شهر اصفهان در سال تحصیلی ۷۷-۷۸، تهران؛ چهارمین کنفرانس آموزش ریاضی (زیر چاپ).

یزدچی، ص. (۱۳۷۸)، ب - مقایسه زمان حل مسأله و انتخاب راهبردهای حل در گروه‌های معادله‌ای و کلامی و بررسی اثر تعاملی آنها با تعداد محاسبات و حرکتها در حل معادله، تهران؛ دانشگاه الزهراء، اولین همایش زنان و ریاضیات در ایران (زیر چاپ).

Mayer. R. E. (1978). Qualitatively different storage and processing strategies used for linear reasoning tasks due to meaning fullness of premises. *Journal of Experimental Psychology: Human Learning and Memory*, 4,5-18(a).

Mayer. R. E. (1982). Different problem - solving strategies for Algebra word and Equation problems. *Journal of Experimental psychology: Human learning and Memory Vol 8, No 5, 448-462.*