جغرافیا و توسعه- شماره ۱۷- بهار ۱۳۸۹
وصول مقاله : ۱۳۸۷/۸/۲۹
تأیید نهایی : ۱۳۸۸/۹/۲۶
صفحات : ۴۴- ۲۹

بررسی احتمال وقوع روزهای خشک در استان گلستان با استفاده از مدل زنجیره‌ی مارکوف

دکتر حسین عساکره[1] **فرشته مازینی**
استادیار جغرافیا دانشگاه زنجان **کارشناس ارشد اقلیم‌شناسی دانشگاه زنجان**

چکیده

در این تحقیق با استفاده از مشاهدات بارش روزانه ۵۱ ایستگاه سینوپتیک، کلیماتولوژی و باران‌سنجی استان گلستان با حداقل ۲۰ سال طول دوره‌ی آماری و بر اساس رویه‌ای موسوم به زنجیره‌ی مارکوف احتمال روزهای بدون بارش و نیز روزهای با بارش کمتر از یک میلی‌متر برای استان گلستان محاسبه و مورد تحلیل واقع شد. توزیع مکانی بارش استان گلستان از متغیّرهای مکانی نظیر طول، عرض جغرافیایی و به ویژه ارتفاع متأثر می‌شود. بدین دلیل میزان بارندگی سالانه در امتداد شمال به جنوبی حاوی روندی افزایشی است. بدیهی است که تعداد روزهای بارانی و خشک نیز تابعی از ارتفاع و میزان بارندگی خواهند بود.

احتمال وقوع روزهای بدون بارش در استان از ۰/۷۳ تا ۰/۹۱ و متوسط احتمال آن حدود ۰/۸۳ و احتمال وقوع روزهای با بارش کمتر از یک میلی‌متر بین ۰/۷۶۵ تا ۰/۹۱ با متوسط ۰/۸۴ در تغییر است. با افزایش آستانه‌ی بارندگی ضمن افزایش احتمال وقوع، دامنه‌ی احتمال وقوع نیز کاهش می‌یابد.

تغییرات مکانی احتمال وقوع روز خشک دراستان چشمگیر نیست. از این رو و بر اساس رابطه بین احتمال وقوع روز خشک با میزان بارندگی می‌توان دریافت که با افزایش بارندگی، احتمال رخداد روز خشک نسبت به نواحی کم‌باران‌تر کاهش می‌یابد. میزان افزون بارش در نواحی جنوبی طی روزهای معدودی رخ می‌دهد و بارش کم نواحی شمالی نیز تقریباً در بازه‌ی زمانی مشابهی توزیع می‌شود. احتمال تداوم روزهای خشک در ناحیه‌ی پرباران جنوبی بسیار کمتر از روزهای مشابه در ناحیه‌ی کم‌باران شمالی است.

کلیدواژه‌ها: روز خشک، زنجیره مارکوف، احتمال وقوع، درست‌نمایی بیشینه، استان گلستان.

مقدمه

وقوع رویدادهایی نظیر خشکسالی، ترسالی، سیلاب، بارش با مقدار معین، ریزش برف در یک زمان خاص، موج گرمایی، آستانه‌ی دمایی معین و... که نمی‌توان نتیجه‌ی آنها را پیش

1- asakereh1@yahoo.com

از رخ دادن به طور قطع معلوم کرد را فرآیندهای تصادفی می‌نامند. بنابراین در مشاهده‌های مختلف از این رخدادها و هر پدیده‌ی مشابه دیگر نتیجه‌های متفاوتی حاصل می‌شود که پیش از رخ دادن آن، نمی‌توان به طور قطع معلوم کرد که چه نتیجه‌ای حاصل خواهد شد *(عساکره، ۱۳۸۶: ۱۰۶)*. با این وصف از مشاهده‌ی پیاپی این قبیل رخدادها آگاهی‌های مفیدی به دست می‌آید که از طریق قوانین احتمالی قابل تعریف هستند. بر اساس قوانین احتمالی برخی پدیده‌های تصادفی، شانس بیشتری برای وقوع دارند در صورتی‌که شانس وقوع برخی دیگر کمتر است. همچنین گاهی از بین n حالت ممکن، تنها یکی از حالت‌ها می‌تواند رخ دهد؛ در ضمن امکان رخ دادن هیچ کدام از این حالت‌ها، بر حالت‌های دیگر برتری ندارد *(آکان و هوگتالن[1]، ۲۰۰۳: ۹-۸)*. برای محاسبه‌ی شانس وقوع پیشامدها لازم است مدل مناسبی انتخاب شود. بررسی این حالت‌های نامعین یا تصادفی و انتخاب مدل را دانش احتمالات بر عهده دارد.

در این تحقیق تلاش بر آن است که با به کارگیری دانش احتمالات و بر اساس رویه‌ای موسوم به "زنجیره‌های مارکوف" احتمال وقوع روزهای بدون بارش در استان گلستان بررسی شود. زنجیره‌ی مارکوف یک‌روش ریاضی برای مدل‌بندی فرآیندهای تصادفی است. در این نوشتار علاوه بر معرفی برخی توانایی‌های روش موسوم به زنجیره‌های مارکوف، الگوی احتمالی روزهای فاقد بارش در استان گلستان معرفی خواهد شد. روز فاقد بارش به لحاظ مدیریت و برنامه‌ریزی مبتنی بر باران از اهمیت شایان توجهی برخوردار است.

روزهای فاقد بارندگی به لحاظ بیلان منفی آبی را تحمیل می‌کنند. همچنین می‌توان از قوانین ساده احتمالاتی روزهای توأم با بارندگی را از آنها استنتاج نمود. توجه به روزهای خشک و خشکسالی در مطالعات پرشمار و از جنبه‌های متعدد در معرض توجه قرار گرفته است. برای مثال قوش[2] *(۱۹۷۷: ۱۱۲- ۱۰۵)* پایش این پدیده بر اساس تکنیک سنجش از دور و تحلیل اطلاعات جغرافیایی، سونمز[3] و همکاران *(۲۰۰۵: ۲۶۴-۲۴۳)* ابعاد زمانی- مکانی خشکسالی‌های ترکیه، را در معرض توجه قرار داده‌اند. غیور و مسعودیان *(۱۳۷۶: ۳۹-۲۵)*، کمالی و خزانه‌داری *(۱۳۷۸: ۹۳-۷۹)*، کاویانی *(۱۳۸۰: ۸۹-۷۱)*، هدایتی‌دزفولی *(۱۳۸۴: ۹۳-۷۳)* و نیز صداقت‌کردار و فتاحی *(۱۳۸۷: ۷۶-۵۹)* تحلیل زمانی- مکانی، شاخص‌ها، روند و شاخص‌های پیش‌آگاهی خشکسالی را برای کل یا مناطقی از ایران مطالعه نمودند.

1-Akan and Houghtalen
2-Ghosh
3- Sonmez

توجه به خشکسالی به عنوان فرآیندی تصادفی و به کارگیری دانش احتمالات برای توجیه آن نیز در مطالعات بی‌شماری قابل رویت است. برای مثال برگر و گوسنس[1] *(۱۹۸۳: ۳۴-۲۱)* تداوم دوره‌های خشک و تر ایستگاهی در بلغارستان را بر اساس زنجیره‌های مارکوف تحلیل نمودند. احتمال وقوع بارش‌های روزانه کره‌ی جنوبی نیز به وسیله‌ی مون و همکاران *(۱۹۹۴، ۱۰۱۶- ۱۰۰۹)* در معرض توجه قرار گرفت.

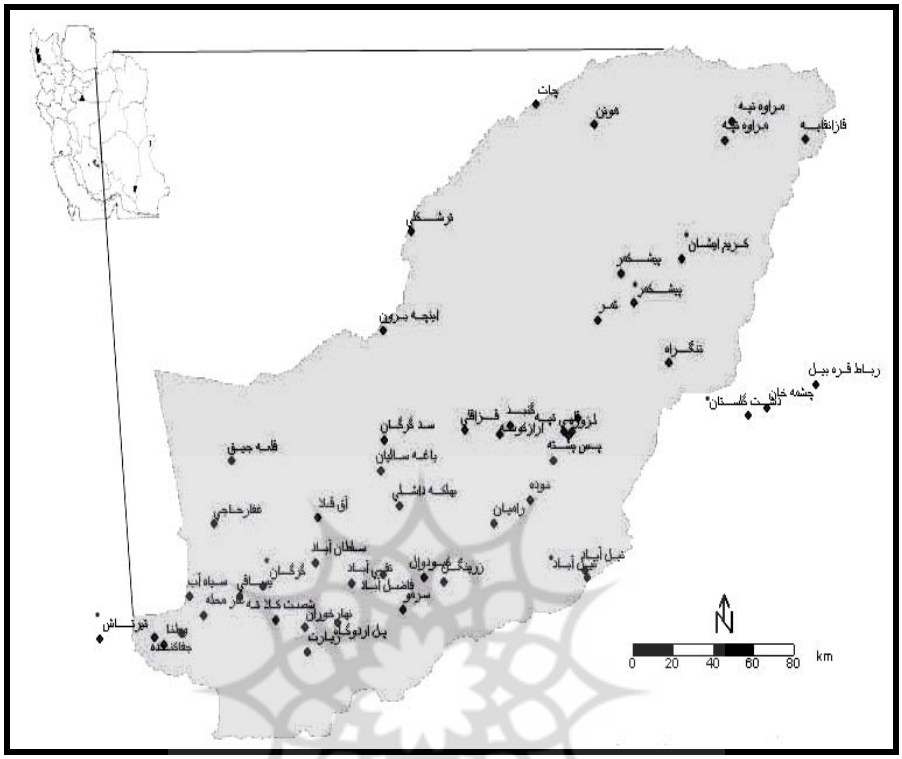
مارتین و گومز[2] *(۱۹۹۹: ۵۵۵-۵۳۷)* نیز بر اساس احتمالات مارکوفی طول دوره‌های تر و خشک را در اسپانیا پهنه‌بندی نمودند. سلش و کامبرلین[3] *(۲۰۰۶: ۱۹۱-۱۸۱)* دوره‌های خشک را برای اتیوپی مطالعه نمودند. مدل‌سازی احتمالاتی خشکسالی نیز به وسیله‌ی سن[4] *(۱۹۹۸: ۲۰۶-۱۹۷)* آنگناستوپولو[5] و همکاران *(۲۰۰۳: ۹۱-۷۷)* انجام شده است. این رویکرد در ایران به وسیله آشگر و همکاران *(۱۳۸۲: ۱۲۸-۱۱۹)* برای تحلیل مارکوفی خشکسالی استان خراسان و رضیی و همکاران (۱۳۸۲) برای تحلیل تداوم و فراوانی خشکسالی‌های استان سیستان و بلوچستان، فولادمند (۱۳۸۵) برای پیش‌بینی بارندگی روزانه، سالانه و تعداد روزهای توام با بارش در منطقه نیمه‌خشک و دانشور و همکاران *(۱۳۸۵: ۳۶-۲۱)* برای تحلیل احتمالی خشکسالی شرق و جنوب شرق کشور، علیزاده و آشگر *(۱۳۸۷: ۱۸-۱۰)* و نیز عساکره *(۱۳۸۷: ۴۶-۵۶)* مورد توجه بوده است. یزدانی و مشکانی نیز رابطه‌ی تحلیل‌های مارکوفی- رگرسیونی را به خوبی ارایه نمودند.

داده‌ها

در این تحقیق از مشاهدات بارش روزانه ۵۱ ایستگاه سینوپتیک، کلیماتولوژی و باران‌سنجی استان گلستان با حداقل ۲۰ سال طول دوره‌ی آماری، استفاده شده است. علاوه بر این، به منظور افزودن دقت میان‌یابی در نقشه‌های تولید شده چند ایستگاه با شرایط مناسب از خارج استان نیز اختیار گردید *(جدول شماره‌ی ۱ و شکل شماره‌ی ۱)*.

استان گلستان بین "۲ ´۳۰ °۳۶ و "۶ ´۷ °۳۸ عرض شمالی و ´۵۱ °۵۳ و "۴ ´۲۱ °۵۶ طول شرقی در بخش شمالی کشور واقع شده است. از شمال به کشور ترکمنستان، از جنوب به استان سمنان، از شرق به خراسان شمالی و از غرب به دریای خزر و استان مازندران محدود می‌شود. ارتفاع استان نیز از ۲۶- متر در ساحل دریای مازندران تا ۲۵۰۰ متر در ارتفاعات جنوبی متغیّر است.

1-Berger and Goossens
2-Martin-Vide and Gomez
3-Selesh and Camberlin
4-Sen
5-Anagnostopoulou



شکل ۱: موقعیت ایستگاه‌های مورد مطالعه

روش‌ها

فرآیند تصادفی که در ویژگی مارکوف صدق کند را فرآیند یا زنجیره‌های مارکوف می‌نامند *(هاگستروم[1]، ۲۰۰۲: ۹)*. زنجیره گویای این واقعیت است که هر برآمد به t رویداد قبل از خودش وابسته می‌باشد و به رویدادهای ماقبل دیگر مربوط نمی‌شود. برای مثال هر برآمد (نتیجه) فرآیندهای تصادفی که تنها به برآمد بلافاصله قبل ازآن بستگی دارد را فرآیند تصادفی با ویژگی مارکوف مرتبه‌ی اول گویند. دراین وضعیت احتمال وقوع یک حالت اقلیمی در زمان t به وضعیت آن در زمان قبل یعنی t-1 بستگی دارد *(علیزاده، ۱۳۸۵: ۲۸۵-۲۸۴)*. مثلاً احتمال خشکی امروز بر اساس وضعیت بارش روز قبل بررسی می‌شود. بنابراین برای هر زوج حالت-های متوالی یک احتمال وجود دارد. در این صورت احتمال تغییر هر یک از مشاهدات از حالتی به حالت دیگر مشخص می‌شود.

1- Haggstrom

جدول ۱: مشخصات ایستگاه‌های مورد مطالعه

ردیف	نام ایستگاه	نوع ایستگاه	طول جغرافیایی دقیقه درجه	عرض جغرافیایی دقیقه درجه	ارتفاع (متر)	دوره آماری		متوسط بارش سالانه (میلی‌متر)
						آغاز	پایان	
۱	آق‌قلا	باران‌سنجی	۲۸ ۵۴	۰۱ ۳۷	۱۲	۱۹۸۳	۲۰۰۴	۴۱۵/۸۸
۲	اراز کوسه	باران‌سنجی	۰۸ ۵۵	۱۳ ۳۷	۳۴/۵	۱۹۶۶	۲۰۰۴	۴۵۴/۲۷
۳	اینچه‌برون	باران‌سنجی	۴۳ ۵۴	۲۷ ۳۷	۱۰	۱۹۷۵	۲۰۰۴	۲۱۶/۰۱
۴	باغو	باران‌سنجی	۰۳ ۵۴	۴۵ ۳۶	۲۶	۱۹۷۲	۲۰۰۲	۵۴۲/۸۲
۵	باغه‌سالیان	باران‌سنجی	۴۰ ۵۴	۰۷ ۳۶	۲۰	۱۹۷۱	۲۰۰۴	۳۳۹/۸۳
۶	بهلکه‌داشلی	باران‌سنجی	۴۷ ۵۴	۰۴ ۳۷	۲۴	۱۹۷۱	۲۰۰۴	۴۳۷/۱۸
۷	پیشکمر	باران‌سنجی	۳۷ ۵۵	۳۱ ۳۷	۹۷۶	۱۹۷۰	۲۰۰۲	۵۱۸/۸۶
۸	پل اردوگاه	باران‌سنجی	۳۴ ۵۴	۴۷ ۳۶	۴۶۵	۱۹۸۴	۲۰۰۴	۶۸۶/۶۴
۹	پس‌پشته	باران‌سنجی	۲۱ ۵۵	۱۰ ۳۷	۱۸۰	۱۹۷۲	۱۹۹۹	۹۶۴/۸۸
۱۰	پیشکمر *	باران‌سنجی	۳۷ ۵۵	۲۱ ۳۷	۹۷۶	۱۹۶۹	۲۰۰۵	۵۳۶/۶۶
۱۱	تیرتاش *	کلیماتولوژی	۴۴ ۵۵	۴۵ ۳۶	-۱۴	۱۹۸۹	۲۰۰۵	۵۹۳/۹۴
۱۲	تیل‌آباد *	باران‌سنجی	۲۸ ۵۵	۵۴ ۳۶	۷۰	۱۹۸۳	۲۰۰۵	۲۴۳/۷۵
۱۳	تیل‌آباد	باران‌سنجی	۲۸ ۵۵	۵۵ ۳۶	۱۰۰۰	۱۹۷۲	۲۰۰۴	۲۴۹/۶۴
۱۴	تقی‌آباد	باران‌سنجی	۳۸ ۵۴	۵۲ ۳۶	۱۰۰	۱۹۷۲	۲۰۰۴	۵۹۶/۴۹
۱۵	ترشکلی	باران‌سنجی	۴۸ ۵۴	۴۰ ۳۷	۲۵	۱۹۷۵	۲۰۰۴	۲۱۸/۳
۱۶	تنگراه	باران‌سنجی	۴۴ ۵۵	۲۷ ۳۷	۳۳۰	۱۹۷۲	۲۰۰۴	۷۱۱/۴۷
۱۷	تمر	باران‌سنجی	۳۰ ۵۵	۲۹ ۳۷	۱۳۲	۱۹۶۶	۲۰۰۴	۵۰۲/۴۷
۱۸	جفاکنده	باران‌سنجی	۵۷ ۵۳	۴۵ ۳۶	۳۰	۱۹۷۱	۱۹۹۹	۵۰۷/۰۲
۱۹	چات	باران‌سنجی	۱۰ ۵۵	۵۷ ۳۷	۱۰	۱۹۸۴	۲۰۰۴	۱۷۷/۴۲
۲۰	چشمه‌خان	باران‌سنجی	۰۷ ۵۶	۱۸ ۳۷	۱۲۵	۱۹۷۵	۲۰۰۴	۲۳۱/۳۴
۲۱	دشت‌گل *	کلیماتولوژی	۰۱ ۵۶	۱۷ ۳۷	۱۰۰۰	۱۹۸۶	۲۰۰۵	۱۵۷/۴۴۳
۲۲	رباط‌قره‌بیل	باران‌سنجی	۱۸ ۵۶	۲۱ ۳۷	۱۴۵۰	۱۹۷۵	۲۰۰۴	۱۹۹/۶۵
۲۳	رامیان	باران‌سنجی	۰۸ ۵۵	۰۱ ۳۷	۲۰۰	۱۹۸۴	۲۰۰۴	۸۹۵/۶۴
۲۴	زرینگل	باران‌سنجی	۵۷ ۵۴	۵۲ ۳۶	۲۸۰	۱۹۷۲	۲۰۰۴	۸۱۹

ردیف	نام ایستگاه	نوع ایستگاه	طول جغرافیایی دقیقه درجه	عرض جغرافیایی دقیقه درجه	ارتفاع (متر)	دوره آماری		متوسط بارش سالانه (میلی‌متر)
						آغاز	پایان	
۲۵	زیارت	باران‌سنجی	۲۸ ۵۴	۴۲ ۳۶	۹۵۰	۱۹۸۲	۲۰۰۴	۵۶۵/۲۹
۲۶	سیاه‌آب	باران‌سنجی	۰۳ ۵۴	۴۹ ۳۶	-۲۶	۱۹۶۹	۲۰۰۴	۴۹۴/۵۲
۲۷	سرمو	باران‌سنجی	۴۹ ۵۴	۴۹ ۳۶	۵۰۰	۱۹۸۳	۲۰۰۴	۷۷۷/۷۳
۲۸	سدگرگان	باران‌سنجی	۴۴ ۵۵	۱۲ ۳۷	۱۲	۱۹۶۷	۲۰۰۴	۳۳۱/۸۶
۲۹	سلطان‌آباد	باران‌سنجی	۳۰ ۵۴	۵۵ ۳۶	۱۲	۱۹۷۲	۱۹۹۸	۴۷۲/۵۲
۳۰	شصت‌کلاته	باران‌سنجی	۲۰ ۵۴	۴۵ ۳۶	۱۵۰	۱۹۷۴	۲۰۰۴	۷۰۷/۳۵
۳۱	غفارحاجی	باران‌سنجی	۰۸ ۵۴	۰۰ ۳۷	-۲۲	۱۹۶۷	۲۰۰۴	۴۴۵/۷
۳۲	غازمحله	باران‌سنجی	۰۶ ۵۴	۴۷ ۳۶	۵۱۵	۱۹۸۳	۲۰۰۴	۵۹۸/۴۲
۳۳	فاضل‌آباد	باران‌سنجی	۴۵ ۵۴	۵۴ ۳۶	۲۱۰	۱۹۷۲	۲۰۰۴	۶۸۷/۷۵
۳۴	قلعه‌جیق	باران‌سنجی	۳۰ ۵۴	۰۸ ۳۷	-۲۰	۱۹۷۴	۲۰۰۴	۳۵۳/۶۱
۳۵	قازانقایه	باران‌سنجی	۱۴ ۵۶	۵۶ ۳۷	۲۲۰	۱۹۷۲	۲۰۰۴	۲۷۶/۱۸
۳۶	قلی‌تپه	باران‌سنجی	۲۵ ۵۲	۱۴ ۳۷	۲۵۰	۱۹۷۲	۱۹۹۹	۸۵۳/۴۶
۳۷	قزاقلی	باران‌سنجی	۰۱ ۵۵	۱۴ ۳۷	۳۰	۱۹۷۲	۲۰۰۴	۳۶۶/۱۴
۳۸	کبودوال	باران‌سنجی	۵۳ ۵۴	۵۴ ۳۶	۲۰۰	۱۹۸۰	۲۰۰۳	۵۶۷/۲۹
۳۹	کریم‌ایشان	باران‌سنجی	۴۶ ۵۵	۴۰ ۳۷	۲۸۷	۱۹۶۹	۲۰۰۵	۵۵۳/۱۷
۴۰	گرگان	باران‌سنجی	۱۶ ۵۴	۵۱ ۳۶	۱۳/۳	۱۹۵۲	۲۰۰۵	۶۰۲/۲۱
۴۱	گالیکش	باران‌سنجی	۲۷ ۵۵	۱۵ ۳۷	۲۵۰	۱۹۷۲	۲۰۰۴	۷۷۱/۶۴
۴۲	گنبد	باران‌سنجی	۰۹ ۵۵	۱۴ ۳۷	۳۶	۱۹۶۴	۲۰۰۴	۴۲۲/۲۳
۴۳	لزوره	باران‌سنجی	۲۴ ۵۵	۱۳ ۳۷	۱۹۰	۱۹۷۲	۲۰۰۴	۸۷۴/۲۸
۴۴	مراوه‌تپه*	باران‌سنجی	۵۷ ۵۵	۵۷ ۳۷	۳۳۰	۱۹۶۹	۲۰۰۴	۳۶۰/۰۸
۴۵	مراوه‌تپه	باران‌سنجی	۵۶ ۵۵	۵۵ ۳۷	۱۹۰	۱۹۵۹	۲۰۰۴	۳۶۳/۲۲
۴۶	مینودشت	باران‌سنجی	۲۲ ۵۵	۱۴ ۳۷	۱۵۵	۱۹۷۹	۲۰۰۰	۷۶۹/۸
۴۷	ناهارخوران	باران‌سنجی	۲۸ ۵۴	۴۶ ۳۶	۵۰۰	۱۹۷۲	۲۰۰۲	۷۳۹/۹۸
۴۸	نوده	باران‌سنجی	۱۶ ۵۵	۰۴ ۳۷	۲۸۰	۱۹۷۲	۲۰۰۴	۸۳۳/۵۵
۴۹	وطنا	باران‌سنجی	۵۷ ۵۳	۴۳ ۳۶	۱۰۰	۱۹۷۴	۲۰۰۴	۵۴۷/۰۴
۵۰	هوتن	باران‌سنجی	۳۱ ۵۵	۵۷ ۳۷	۱۰۰	۱۹۷۱	۲۰۰۴	۲۷۸/۳۸
۵۱	یساقی	باران‌سنجی	۱۴ ۵۴	۵۰ ۳۶	۶	۱۹۷۲	۱۹۹۹	۵۴۴/۷۶

*(ایستگاه‌هایی که با * مشخص شده‌اند ایستگاه‌های باران‌سنجی مربوط به سازمان هواشناسی است).*

در بسیاری فرآیندهای تصادفی، ممکن است برقراری ویژگی مارکوف معلوم نباشد. دراین صورت ویژگی مارکوف یک فرض در نظر گرفته می‌شود. در این تحقیق با فرض برقراری ویژگی مارکوفی مرتبه‌ی اول بر بارش ایستگاه‌های استان گلستان به ترتیب مراحل شش‌گانه‌ی زیر به‌انجام رسید:

۱- نقشه‌های بارش روزانه‌ی استان با استفاده از روش میان‌یابی کریجینگ تهیه شد. روش کریجینگ برای داده‌هایی که پراکنش نامنظم دارند به کار می‌رود و روشی محلی- احتمالی، رسا، خطی، ناریب و با واریانس کمینه در یک نقطه به شمار می‌آید.

در این روش برای هر یک از ایستگاه‌های درون و بیرون یک پهنه برحسب فاصله و موقعیت آن وزن آماری مشخصی در نظر گرفته می‌شود به‌گونه‌ای که واریانس تخمین کمینه شود. میان‌یابی کریجینگ با شرط احراز صلاحیت‌های اولیه و لازم می‌تواند بهترین میانگین موزون از یک پهنه را ارایه نماید. (برای شناخت این روش و نیز نحوه‌ی احراز شرایط اولیه برای مثال به هاینینگ[1] *(۲۰۰۴ : ۱۱۰-۱۰۶)* و عساکره *(۱۳۸۷ب :۴۲-۲۵) مراجعه کنید*). سپس برای هر یاخته محاسبات به شکل زیر انجام شد.

۲- داده‌های بارش روزانه به صورت زنجیره‌ای مارکوفی و برحسب آستانه صفر (فاقد بارش) ۱ میلی‌متر (کم باران) مرتب شدند.

۳- فراوانی وقوع هر یک از حالات دوگانه (وقوع و عدم وقوع) و تغییر حالات به هم برای هر یک از آستانه‌ها محاسبه شد. تا بر اساس آنها محاسبات مرحله‌ی بعدی (محاسبه ماتریس احتمال تغییر حالت) به دست آید. برای به‌دست آوردن ماتریس احتمال‌های تغییر وضعیت می‌بایست در ابتدا ماتریس شمارش فراوانی محاسبه شود. برای مثال ماتریس شمارشی دو وضعیتی برای هر یاخته در زیر نشان داده شده است:

$$\mathbf{F} = \begin{array}{c} \\ D \\ W \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{cc} D & W \end{array} \\ \begin{bmatrix} n_{11} & n_{12} \\ n_{21} & n_{22} \end{bmatrix} \end{array}$$

این ماتریس فراوانی تغییر وضعیت از روز خشک به روز خشک را با n_{11}، تغییر روز خشک به روز بارانی را با n_{12}، تغییر شرایط روز بارانی به روز خشک با n_{21} و تغییر از شرایط روز بارانی به روز بارانی n_{22} نشان می‌دهد.

۴- ماتریس احتمال به روش‌های بیزی[2]، کمترین توان‌های دوم خطا (LSE)[3]، برآورد بیزی

1 - Haining
2- Bayes
3- Least Squares Error

تجربی[1] و حداکثر (بیشینه) درست‌نمایی[2] قابل برآورد است *(زارعی و شاهکار، ۱۳۸۰: ۱۳۴)*. دراین پژوهش روش بیشینه‌ی درست‌نمایی به عنوان ساده‌ترین روش برآورد احتمال به کار گرفته شده است. بر مبنای تئوری کلاسیک، احتمال بر اساس فراوانی(بسامد)های نسبی در یک دوره‌ی آماری طولانی و به صورت درست‌نمایی بیشینه اتفاق افتادن رویداد مورد نظر تعریف می‌شود. این درست‌نمایی غالباً با p نشان داده می‌شود. برای مثال هر گاه آمار n روز را داشته باشیم و رویدادی معین m بار رخ دهد، آن‌گاه به $\frac{m}{n}$ فراوانی نسبی گفته می‌شود. فراوانی نسبی را می‌توان به عنوان برآوردی از ارزش احتمال (p) در نظر گرفت *(Navidi, 2006: 54)*. ماتریس احتمال تغییر وضعیت (P) به روش درست‌نمایی بیشینه به صورت زیر به دست می‌آید *(زارعی و شاهکار، ۱۳۸۰: ۱۳۵)*:

$$\mathbf{P} = \begin{array}{c} \\ D \\ W \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{cc} D & W \end{array} \\ \begin{bmatrix} \frac{n_{11}}{n_{1+}} & \frac{n_{12}}{n_{1+}} \\ \\ \frac{n_{21}}{n_{2+}} & \frac{n_{22}}{n_{2+}} \end{bmatrix} \end{array}$$

ماتریس فوق یک ماتریس تصادفی است. زیرا هر درایه‌ی آن نامنفی و مجموع درایه‌های آن در هر ردیف برابر۱ است. درایه‌های این ماتریس با احتمال‌های تغییر وضعیت یک مرحله‌ای متناظرند. شایان توضیح است یکی از راه‌های معمول ارایه‌ی احتمال‌های تغییر وضعیت یک زنجیره‌ی مارکوف، به کمک ماتریس تغییر وضعیت یک مرحله‌ای است. احتمال تغییر وضعیت یک مرحله‌ای برابر احتمال رفتن از حالت i به j در یک دوره‌ی زمانی با آغاز از n بیان و به شکل p_{ij} نشان داده می‌شود. P ماتریس تغییر وضعیت یک مرحله‌ای فرآیند مارکوف دو حالتی را به صورت زیر نیز می‌توان نوشت:

$$P = \begin{array}{c} \\ D \\ W \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{cc} D & W \end{array} \\ \begin{bmatrix} p_{11} & p_{12} \\ \\ p_{21} & p_{22} \end{bmatrix} \end{array}$$

شایان یادآوری است که برای ارزیابی نیکویی برازش این ماتریس با فرآیند دوحالته مارکوفی دو آزمون استقلال و آزمون علیه روند انجام شد. در آزمون استقلال فرض صفر (H_0) بر این

1- Empirical Bayes
2- Maximum Likelihood

ایده استوار است که سری‌ها مستقل هستند (یعنی داده‌ها از زنجیره‌ی مارکوف مرتبه‌ی مورد نظر که در اینجا ۲ است، پیروی نمی‌کنند). از آن‌جا که زنجیره‌ی مارکوف نوعی داده‌های رتبه‌ای حاصل از داده‌های نسبی است، برای آزمون علیه روند از آزمون رتبه‌ای اسپیرمن استفاده شد. بر اساس این آزمون‌ها معلوم شد که داده‌ها برای تمامی ایستگاه‌ها از زنجیره‌ی مارکوف مرتبه ۲ پیروی نموده و ایستا (فاقد روند) است.

۵- شایان توضیح است که همه توان‌های ماتریس احتمال (P^k) نیز ماتریس تصادفی خواهند بود. همچنین از یک مقدار به بعد با افزایش k هیچ تغییری در ماتریس احتمال ایجاد نمی‌شود و مقادیر ردیف‌های متناظر در ماتریس یکسان و برابر خواهند بود. در این حالت گفته می‌شود که ماتریس به ایستایی(پایایی) رسیده است. این ماتریس احتمال وقوع را ماتریس ایستا (پایا) گویند. از آنجا که ردیف‌های این ماتریس برابرند، می‌توان این ماتریس را به شکل یک بردار و با π_j نشان داد. در واقع اگر $\lim_{k\to\infty} P^k = \Pi$ ماتریسی مانند Π با سطرهای یکسان و درایه‌های مخالف صفر ایجاد می‌شود و اگر هر یک از سطرهای یکسان ماتریس حدی Π با بردار سطری π نشان داده شود، عناصر π یک توزیع احتمال را تشکیل می‌دهد. π بردار احتمال حالت پایا و درایه‌های آن به احتمال‌های حالت پایا موسوم‌اند *(هوگستروم، ۲۰۰۲: ۱۲-۱۱)*. بردار احتمال حالت پایا نشان می‌دهد که در مدت طولانی احتمال وقوع مثلاً روز بارانی و روز خشک چقدر است.

۶- از کاربردهای تکنیک زنجیره‌ی مارکوف، برآورد احتمال وقوع یک رویداد با تداوم m روزه است. برای مثال منظور از تداوم روز خشک، تعداد روزهایی متوالی است که بارش در آن رخ نداده باشد. برای مثال تداوم دو روزه خشکی به معنی خشکی در دو روز متوالی است. ولی قبل از روز اول و بعد از روز دوم بارندگی رخ داده باشد. احتمال m روزه (p_m) بر اساس احتمال پایای روز خشک (p) و عدم آن (q) از رابطه‌ی زیر به دست می‌آید *(برگر و گوزنس[1]، ۱۹۸۳: ۲۲-۲۱)*:

$$p_m = p^{m-1}q$$

با قرار دادن مقادیر ۳ و ۵ به ازای m ، طول دوره‌ی خشک با تداوم‌های سه و پنج روز محاسبه شد (خشکی بارش یک روزه نیز با احتمال پایای روز خشک نشان داده شده است.).

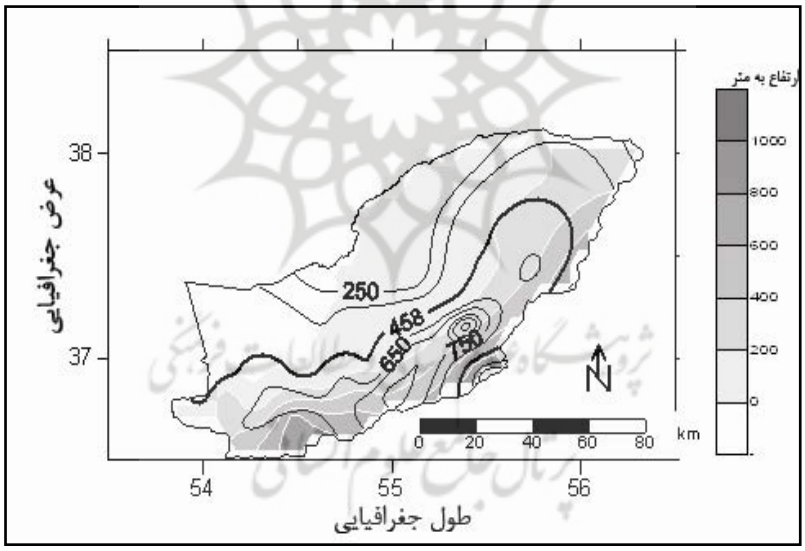
۷- تهیه، تفسیر و تحلیل نقشه‌های مربوط به احتمال وقوع و تداوم روزهای خشک آخرین مرحله‌ی این پژوهش را در برمی‌گیرد.

1- Berger and Goossens

بحث و تحلیل

- مشخصات عمومی و توزیع مکانی بارش

میانگین بارش سالانه‌ی استان گلستان ۴۵۸ میلی‌متر است. توزیع مکانی بارش سالانه در شکل ۲ ارایه شده است. میزان تیرگی زمینه‌ی نقشه‌ی گویای میزان ارتفاع است. میانگین بارش سالانه در استان گلستان از شمال به جنوب رو به فزونی (تا بیش از ۹۵۰ میلی‌متر) می‌نهد. کمترین مقدار بارندگی سالانه (کمتر از ۲۰۰ میلی‌متر) در منطقه‌ی شمالی استان مشاهده می‌شود. همچنین تراکم کمتر هم باران‌ها در شمال و افزایش تراکم آنها در بخش‌های جنوبی استان، گویای تنوع مکانی بیشتر بارش در بخش‌های جنوبی است. روند افزایشی بارش در تمامی سطح استان به طور یکسان رخ نمی‌دهد. بدین دلیل منطقه حداکثر بارندگی دقیقاً بر جنوب استان منطبق نیست. از این رو در قسمت جنوب شرقی ضمن فزونی بارش، تراکم خطوط هم باران افزون‌تر است. از مشخصات دیگر این‌نقشه این است که درآن حداکثر بارندگی بر بالاترین میزان ارتفاعات منطبق نیست بلکه بر ارتفاع کمتر از ۱۰۰۰ متر قرار دارد.



شکل ۲: توزیع مکانی بارش سالانه در استان گلستان

(خط ضخیم‌تر متوسط بارندگی سالانه استان را نمایش می‌دهد. میزان تیرگی زمینه نقشه بر مقدار ارتفاع دلالت دارد.)

به منظور داوری علمی در خصوص تغییرات مکانی بارش، رابطه‌ی بارندگی سالانه (R) با عوامل مکانی طول جغرافیایی (λ)، عرض جغرافیایی (φ) و ارتفاع (h) توسط یک معادله‌ی رگرسیون خطی چندمتغیّره به شرح زیر برآورد شده است:

$$R=۷۱۳۳/۴۰۱ + ۲۳۵/۰۸۸\lambda - ۵۲۶/۰۲۶\varphi - /۰۶۹h$$

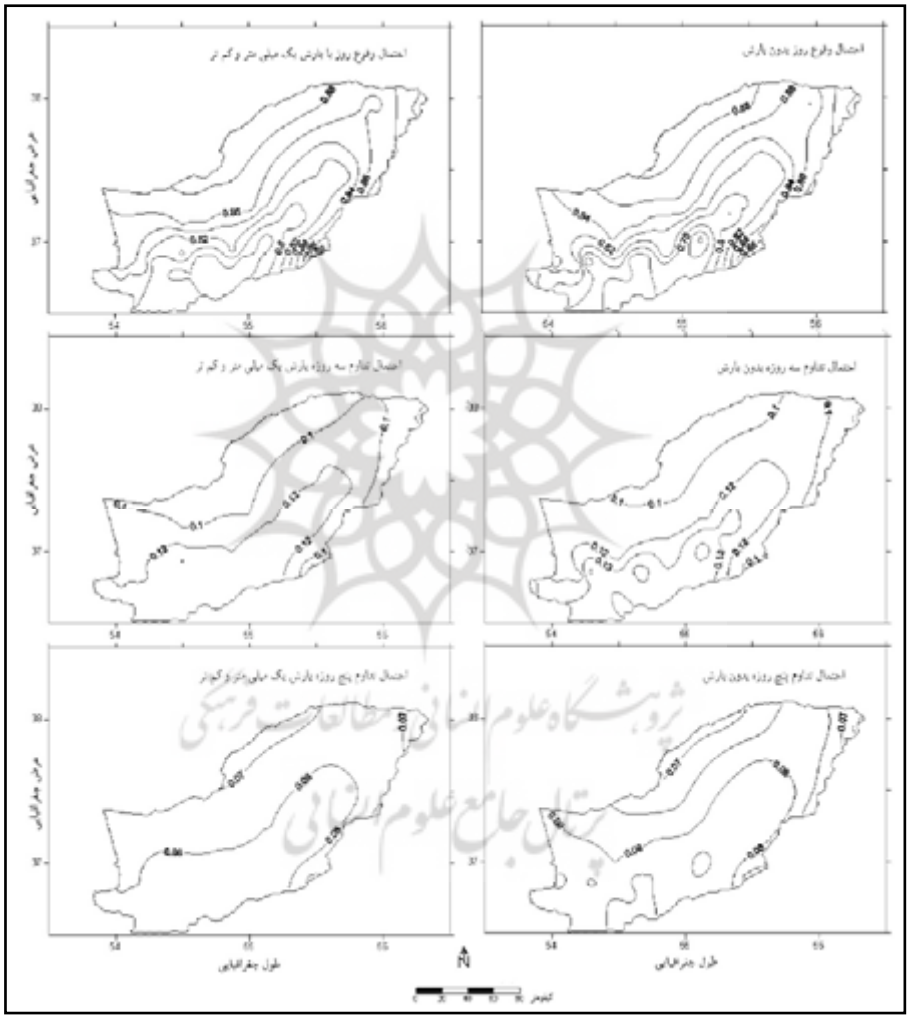
ضرایب حاصل از این مدل در هر سطح اعتماد دلخواه قابل‌قبول است. چنان‌که دیده می‌شود، به شرط ثابت بودن عرض جغرافیایی و ارتفاع، با افزایش هر درجه طول جغرافیایی حدود ۲۳۵میلی‌متر افزایش بارندگی و با ثابت بودن طول جغرافیایی و ارتفاع به ازای افزایش هر درجه عرض جغرافیایی حدود ۵۲۶ میلی‌متر کاهش در بارندگی حاصل خواهد شد. درحالی‌که با هر متر افزایش ارتفاع، به شرط ثابت بودن بقیه‌ی شرایط، حدود ۰/۰۶۹ میلی‌متر کاهش بارش مورد انتظار است. اگر چه در نگاه اول به نظر می‌رسد که نقش طول و عرض جغرافیایی بیش از ارتفاع باشد اما چنان‌که در شکل ۲ نیز دیده می‌شود، تغییرات ارتفاع به دلیل بیش از دو عامل دیگر بوده و از این رو عامل ارتفاع، تغییرات مکانی بیشتری را می‌تواند برای بارش تولید نماید. ضمناً نوع تأثیر ارتفاع که به صورت کاهنده است را می‌توان از شکل ۲ استنباط نمود. چرا که هسته‌های بیشینه‌ی بارش بر مراکز ارتفاعی بیشینه منطبق نیست. از این‌رو ارتفاع تأثیر متنوعی بر میزان بارش می‌نهد. یعنی تا ارتفاعی معین موجب فزونی و ازآن پس موجب کاهش بارندگی می‌گردد. حاصل جمع جبری این اثرات گویای برتر اثر کاهنده‌ی آن است.

علیجانی *(۱۳۷۴: ۵۲-۳۷)* و مرادی *(۱۳۸۳: ۸۵-۸۴)* نیز رابطه‌ی منفی ارتفاعات شمالی البرز بر بارندگی را تجربه و ثابت نموده است. اگرچه عرض جغرافیایی اثر زیادی بر بارش نمایش می‌دهد اما تغییرات محدود آن در سطح استان (۲۲ دقیقه و ۵۶ ثانیه) برتری آن را می‌کاهد. همچنین علامت آن گویای رابطه‌ی معکوس آن با بارش است. یعنی به سمت عرض‌های بالاتر استان بارش کاهش می‌یابد. طول جغرافیایی با علامت مثبت، گویای رابطه‌ی مستقیم طول جغرافیایی با بارش است. از این‌رو قسمت‌های شرقی استان سهم بیشتری از بارش را نسبت به قسمت‌های غربی دریافت می‌دارد. جمع تمامی این عوامل موجب تمرکز هسته‌های بارش در بخش‌های جنوب‌شرقی شده است *(نقشه ۲)*.

- بررسی احتمالات مارکوف مرتبه‌ی اول برای وقوع و تداوم روزهای خشک

بر اساس روش‌های شش‌گانه‌ی ارایه شده در بخش دوم این مقاله، نقشه‌های شکل ۳ برای احتمال پایای روزهای بدون بارش (سمت راست) و نیز روزهای با بارش کمتر از ۱ میلی‌متر (سمت چپ) به دست آمد. متوسط احتمال روز بدون بارش در استان حدود ۰/۸۳ و متوسط احتمال روزهای با بارش کمتر از ۱ میلی‌متر ۰/۸۴ است. اگر احتمال را به عنوان حد فراوانی

نسبی یک پیشامد بدانیم آنگاه منظور از ۰/۸۳ (۸۳٪) احتمال عدم بارش باران در یک محل، آن است که در شرایط جوی آن محل از هر ۱۰۰ روز حدود ۸۳ روز بدون بارش خواهد بود *(مونتگمری و رانجر[1]، ۲۰۰۷: ۳۵-۳۴)*. بنابراین در طی ۳۶۵ روز سال حدود ۳۰۳ روز بدون بارش و حدود ۳۰۷ روز با بارش کمتر از یک میلی‌متر رخ می‌دهد. با تفاضل این دو می‌توان دریافت که در حدود ۴ روز (تقریباً یک درصد ایام سال) بارش بین صفر و یک میلی‌متر رخ می‌دهد.



شکل ۳ : احتمال وقوع و تداوم روز خشک بر اساس آستانه صفر میلی‌متر (سمت راست) و ۱ میلی‌متر (سمت چپ)

1- Montgomery and Runger

احتمال وقوع روزهای فاقد بارندگی در استان از ۰/۷۳ تا ۰/۹۱ در تغییر است. درحالی‌که احتمال وقوع روزهای با بارش کمتر از ۱ میلی‌متر بین ۰/۷۶۵ تا ۰/۹۱ تغییر می‌کند. به وضوح می‌توان دید که با افزایش آستانه‌ی بارندگی ضمن افزایش احتمال وقوع روز بدون بارش، دامنه‌ی احتمال وقوع نیز کاهش می‌یابد. به عنوان یک شاهد برای اثبات این ادعا آستانه‌ی روزهای با بارش بیش از ۱۰ میلی‌متر نیز مورد آزمایش قرار گرفت. میانگین احتمال روز خشک براساس این آستانه ۰/۹۵با دامنه‌ی ۰/۹۰۵ تا ۰/۹۹ حاصل شد. چنان‌که دیده می‌شود متوسط احتمال وقوع از ۰/۸۳ برای آستانه‌ی صفر به ۰/۹۵ فزونی یافت ولی دامنه‌ی احتمال از ۰/۱۸ به ۰/۰۸۵ تغییر پیدا کرد. با تمامی اوصافی که بیان شد تغییرات مکانی احتمال وقوع روز خشک چشمگیر نیست. به‌طوری‌که در دو دامنه‌ی احتمال، تفاوت روزهای خشک برای دو آستانه‌ی (صفر و یک) حدود یک ماه است.

از مشخصات دیگری که می‌توان از نقشه‌های احتمال وقوع روزهای خشک استنباط نمود، رابطه‌ی بین احتمال وقوع روز خشک با میزان بارندگی است. این مشخصه از مشاهده و مقایسه‌ی نقشه‌های شکل ۲ و نقشه‌ی فوقانی شکل ۳ قابل استنباط است. چنان‌که می‌توان مشاهده نمود با افزایش بارندگی، احتمال رخداد روز خشک نسبت به نواحی کم‌باران‌تر کاهش می‌یابد. این امر با محاسبه‌ی ضریب همبستگی بین میزان بارش و احتمال رخداد روز خشک بهتر نمایش داده می‌شود. ضریب همبستگی بین میزان بارش و احتمال وقوع روز بدون بارش ۰/۸۵۳- و بین میزان بارش و احتمال وقوع روز با بارش میلی‌متر و کمترحدود ۰/۸۸۶- است. وجود همبستگی منفی بین این دو آستانه گویای واقعیتی است که در بالا به آن اشاره شد.

به منظور ارایه‌ی یک مدل، رگرسیون خطی بارش- احتمال وقوع روز بدون بارش ($p = 0.912 - 0.002R$) و بارش- احتمال وقوع بارندگی کمتر از ۱ میلی‌متر ($p = 0.98 - 0.003R$) برآورد گردید. مشاهده می‌شود که به ازای جابه‌جایی از یک محل به محلی با یک میلی‌متر بارش بیشتر، ۰/۰۰۲ از احتمال وقوع روز خشک و ۰/۰۰۳ احتمال وقوع روز با بارش کمتر از ۱ میلی‌متر کاهش می‌یابد. ردیف دوم و سوم شکل ۳ به ترتیب توزیع مکانی احتمال تداوم سه روزه و پنج روزه را برای خشکی نشان می‌دهد. دیده می‌شود که با افزایش تداوم خشکی، احتمال آن به ویژه در نواحی پرباران کمتر می‌شود. به‌طوری‌که برای مثال احتمال تداوم سه روزه بدون بارندگی ناحیه‌ی پرباران در دامنه‌ی ۰/۱۴-۰/۱۲ ولی احتمال تداوم ۵ روزه آن در دامنه‌ی ۰/۰۹-۰/۰۸ است. این وضعیت شاهد دیگری از تمرکز

بیشتر در بارندگی به ویژه در ناحیه‌ی پربارش جنوبی است. توجه کنید این تغییرات در ناحیه‌ی شمالی از شدت کمتری برخوردار است. علاوه بر تغییر ناگهانی در میزان احتمال، شیب تغییرات احتمال نیز دراین ناحیه بیشتر دستخوش تغییر شده است.

نتیجه‌گیری

در این تحقیق با به کارگیری تکنیک زنجیره‌ی مارکوف احتمال تواتر و تداوم روزهای خشک استان گلستان بر اساس داده‌های ۵۱ ایستگاه مورد تحلیل قرارگرفت. کلیه‌ی محاسبات بر روی یاخته‌های نقشه‌های تولید شده از ایستگاه‌های مورد بررسی انجام شد. براساس یافته‌های این پژوهش معلوم شد که توزیع مکانی بارش استان گلستان از متغیّرهای مکانی نظیر طول، عرض جغرافیایی و به ویژه ارتفاع متأثر می‌شود. بدین‌دلیل میزان بارندگی سالانه در امتداد شمال به جنوبی حاوی روندی افزایشی است. با توجه به نقشه هم باران تولید شده رابطه‌ی بین تعداد روزهای خشک با میزان بارش استخراج گردید. بر این اساس معلوم شد که تعداد روزهای خشک تابعی از ارتفاع و میزان بارندگی است. با این وصف تفاوت احتمال وقوع تعداد روزهای خشک در نواحی پرباران و کم‌باران زیاد نیست. ازاین رو میزان افزون بارش در نواحی جنوبی طی روزهای معدودی رخ می‌دهد و بارش کم نواحی شمالی نیز تقریباً در بازه‌ی زمانی مشابهی توزیع می‌شود. بدین دلیل می‌توان استنباط نمود که بارش‌های نواحی جنوبی با شدت بیشتری رخ می‌دهند. از یافته‌های شایان توجه این تحقیق این است که با افزایش آستانه‌ی بارش برای تعریف روز خشک، احتمال وقوع روز خشک فزونی‌یافته و نیز تفاوت‌های مکانی کاهش می‌یابد. این امر به دلیل محدودیت روزهای با بارش زیاد در استان است. بدین‌معنی که هر چند قبلاً گفته شد که بارش‌های شدید در نواحی جنوبی استان رخ می‌دهد اما کمبود تعداد آن موجب کم شدن احتمال وقوع شان است. همچنین به دلیل کمبود این رویدادها در تمامی نقاط استان، تفاوت‌های مکانی احتمال وقوع روزهای خشک نیز چشمگیر نیست. با این وصف تداوم روزهای خشک در ناحیه پرباران محدودتر از ناحیه‌ی کم‌باران شمالی رخ می‌دهد.

منابع و مآخذ

۱- آشگرطوسی، شادی؛ علیـزاده، امـین و جـوانمرد، سـهیلا (۱۳۸۲). پـیش‌بینـی احتمـال وقـوع خشکسالی در استان خراسان، فصلنامه تحقیقات جغرافیایی. شماره ۷۰.

۲- دانشور، محمدرضا؛ توکلی، عبدالرسول و داناییان، محمدرضا (۱۳۸۵). تحلیل دوره‌های بازگشت خشکسالی در شرق و جنوب‌شرق کشور، نیوار. شماره ۶۲ و ۶۳ .

۳- رضیی، طیب؛ شکوهی، علیرضا و ثقفیان، بهرام (۱۳۸۲). پـیش‌بینـی شـدت، تـداوم و فراوانـی خشکسالی با استفاده از روش‌هـای احتمـالاتی و سـری‌هـای زمـانی (مطالعـه مـوردی: اسـتان سیستان و بلوچستان). بیابان شماره ۸.

۴- زارعی، حسن و شاهکار، غلامحسین (۱۳۸۰). بررسی احتمال تـواتر روزهـای بـارانی و خـشک مناطق خرمدره- ارداک و زشـک، سـومین سـمینار احتمـال و فرآینـدهای تـصادفی. دانـشگاه اصفهان ۷ و ۸.

۵- صداقت‌کردار، عبدالله و فتاحی، ابراهیم (۱۳۸۷). شاخص‌های پیش‌آگاهی خشکسالی در ایـران، مجله جغرافیا و توسعه. شماره ۱۱.

۶- عساکره، حسین (۱۳۸۶). تغییر اقلیم، چاپ اول. زنجان. انتشارات دانشگاه زنجان.

۷- عساکره، حسین (۱۳۸۷). بررسی احتمال تواتر و تداوم روزهای بارانی در شهر تبریز با اسـتفاده از مدل زنجیره مارکوف، مجله تحقیقات منابع آب ایران. شماره ۱۱. سال چهارم. شماره ۲.

۸- عساکره، حسین (۱۳۸۷ب). کـاربرد روش کریجینـگ در میـان‌یـابی بـارش، مطالعـه مـوردی: میان‌یابی بارش ۱۳۷۶/۱۲/۲۶ در ایران زمین، مجله جغرافیا و توسعه. سال ششم. شماره ۱۲.

۹- علیجانی، بهلول (۱۳۷۴). نقش کوه‌هـای البـرز در توزیـع ارتفـاعی بـارش، فـصلنامه تحقیقـات جغرافیایی. شماره ۳۸.

۱۰- علیزاده، امین (۱۳۸۵). اصول هیدرولوژی کاربردی، مشهد. انتشارات دانشگاه امام رضا.

۱۱- علیزاده، امین و آشگرطوسی، شادی (۱۳۸۷). توسعه‌ی یک مدل پیش‌بینی خشکسالی مطالعه موردی: استان خراسان رضوی، مجله آب و خاک. شماره ۲۲.

۱۲- غیور، حسنعلی و مسعودیان، ابوالفضل (۱۳۷۶). بزرگی، گستره و فراوانی خشکسالی‌ها در ایران، فصلنامه‌ی تحقیقات جغرافیایی. شماره ۴۵.

۱۳- فولادمند، حمیدرضا (۱۳۸۵). پیش‌بینی بارندگی روزانه و سالانه و تعداد روزهای بارانی در سال با استفاده از زنجیره‌ی مارکوف در یک منطقه‌ی نیمه‌خشک، علوم کشاورزی. شماره ۱۲.

۱۴- کاویانی، محمدرضا (۱۳۸۰). بررسی‌اقلیمی‌شاخص‌های خشکی و خشکسالی، فصلنامه تحقیقات جغرافیایی. شماره ۶۰.

۱۵- کمالی، غلامعلی و خزانه‌داری، لیلی (۱۳۸۱). تحلیل خشکسالی اخیر مشهد با بکارگیری برخی شاخص‌های خشکسالی، نیوار. شماره ۴۴ و ۴۵.
۱۶- مرادی، حمیدرضا (۱۳۸۳). نقش دریای خزر درشرایط بارشی سواحل شمال کشور، مجله علوم دریایی ایران. دوره ۲. ش ۲ و ۳.
۱۷- هدایتی‌دزفولی، اکرم (۱۳۸۴). بررسی خشکسالی و روند آن در استان کهگیلویه و بویراحمد، نیوار. شماره ۵۸ و ۵۹.
۱۸- یزدانی، م. ا و مشکانی، محمدرضا (۱۳۸۵). تحلیل‌رگرسیونی در زنجیره‌ی مارکوف، مجله علوم و تکنولوژی. شماره ۳۰.
19- Akan, A.Osman and Houghtalen, Robert. J (2003). Urban Hydrology, Hydraulics, and Storm Water Quality, John Wily & Sons.Inc, U.S.A .
20- Anagnostopoulou, Chr. Mahera, S . Karacostas, T and Vafiadis (2003). Spatial and Temporal analysis of Dry Spells in Greece. Theor.Appl.Climatol.74,77-91
21- Berger, A. and Goossens, C. H. R (1983). 'Persistence of wet and dry spells at Uccle (Belgium)', J. Climatol, 3, 21–34.
22- Ghosh, T, K (1997). Investigation of Drought through Digital Analysis of Satellite Data and Geographical Information System.Theor.Appl.Climatol. 58, 105-112.
23- Haining, Robert (2004). Spatial Data Analysis. Theory and Practice, Cambridge University Press. United Kingdom.
24- Haggstrom, Olle (2002). Finite Markov Chains and Algorithmic Applications, Cambridge University Press.U.S.A.
25- Martin-Vide, Javier and Gomez, Linda (1999). Rigionalization of Peninsular Spain Based on the Length of Dry Spells. Int.J. Climatol.19, 537-555
26- Montgomery, Douglas, C and Runger, George. C (2007), Applied Statistics and Probability for Engineers, John Wiley & Sons, Inc. U. S. A.
27- Moon. Eull.S, Boom Ryoo. S, Gi Kwon. J (1994). A Markov Chain Model for Daily Precipitation Occurrence in South Korea. Inter.Jour.Climato, 14, 1009-1016.
28- Navidi, William (2006), Statistics for Engineers and Scientists. McGrew Hill, U.S.A.
29- Selesh, Y and Camberlin, P (2006). Recent Changes in Dry Spell and Extreme Rainfall Events in Ethiopia, Theor.Appl.Climatol. 83, 181-191.
30- Sen, Z (1998). Probabilistic Formulation of Spatio-Temporal Drought Pattern, Theor. Appl.Climatol. 61, 197-206.
31- Sonmez, Kemal. Komuscu, Ali Umran.Erkan, Ayhan and Turgu, Ertan (2005). An Analysis of Spatial and Temporal Dimension of Drought Vulnerability in Turkey Using the Standardized Precipitation Index, Natural Hazards, 35: 243-264.