

منطق ریاضی یا جبر منطق

امتیاز آدمی بر حیوان در ذات اندیشناك اوست آدمی مآل اندیش و در نتیجه نگران خاطر است فردای خود را از امروز بنیان میگذارد و از این رونگران است و برای تأمین آینده مجهول و پیشگیری رویدادهای غیرمنتظره يك سلسله حساب ها و قیاسها انجام میدهد و کم و بیش بكمك تجربه‌های شخصی یا تجربیات دیگران اصول و نظامی در امور و حوادث تدوین میکند و میکوشد که پیشامدها را بر قواعد و انضباطی ثابت و پا برجا تا جائیکه ممکن است استوار سازد علوم گوناگون نتیجه چنین کوششهایی است که از دربار توسط دانشمندان پی‌ریزی شده و بنیان گرفته است بطور خلاصه میتوان گفت که انسان اندیشناك اندیشمند است ذهن آدمی فعالیت دیگری نیز بسی محرم تر و نهفته دارد که از آن به هنر یاد میکنند یعنی انسان اندیشمند همان انسان هنرمند است شکی نیست که در جستجوی قواعد و نظامات امور و حوادث ذهن آدمی گاهی دچار خطا و اشتباه میگردد اما آنچه که در تاریخ دانش بشری در دست است انتقادی اصولی دیر یا زود بر خطایی برده و اشتباهات را تصحیح میکند دانشمند در بررسی‌های علمی خود روشی بکار می‌بندد که امکان رویداد خطاها را تا حد ممکن تقلیل دهد و نتیجه را یا بهتر بگویم صحت نتیجه را تا جائیکه ممکن است ضمانت کند یعنی روش علمی خود بخود روشی انتقادی است و این کیفیت انتقاد است که ضامن صحت نتایج بررسی است .

بی‌شك روش دانشهای گوناگون یکسان نیست اما اطمینان و یقین که در پایان يك سلسله جستجو و کوشش حاصل میشود برای علوم مختلف و افراد متعدد همواره یکنواخت و هم‌آهنگ است آشکار است که نخست از يك سو اگر دانشمندان مختلفی فنونهای مشابه را مورد بررسی قرار دهند نحوه بروز فنون همواره بر يك روال است و از سوی دیگر گرچه هم‌این دانشمندان روشهای کم و بیش متفاوت در بررسی فنونها بکار بندند نتایج تجربیات و خصوصاً سنجش مقیاسها و اندازه‌ها متقارب و مشابه خواهد بود .

عادات چنین تشابهی را اینگونه بیان میکنند که با صرف نظر کردن از اشتباهات و خطایای اسبابهای اندازه‌گیری یا اشتباهات فردی و شخصی نتیجه مقیاسها و اندازه‌ها همواره بسوی حدی معین گرایش دارند آیا یقین و اطمینانی که دانشمندان مختلف را در انتخاب نتایج قطعی رهبری میکند از کجا ناشی میشود ؟ در بادی امر بسادگی چنین تصور میشود که امور مشابه در نظر افراد مشابه (افراد انسانی)

یکسان جلوه میکنند ولی ملاحظه چنین اصلی ضامن صحت نتایج نیست درحقیقت اگر استنتاج از مقدمات یعنی در مثال حاضر از تجربیات قواعدی داشته باشد ضمانت صحت نتایج در تطابق نتیجه گیری دانشمند و به تبعیت از او این قواعد است یعنی برای احتراز از خطا دانشمند بایستی قواعد اساسی فکر را رعایت کند این مقدمه کوتاه از این نظر عنوان شده است که اصالت اندیشه مستدل در حریم حوزه فعالیت خود آشکار گردد در نقد علمی ذهن آدمی همچون ذهن اندیشمند عمل میکند و حاجتی بقدرت خلاقه هنری ندارد.

از دیرباز منطق را « همچون وسیله ای برای اجتناب و احتراز از اشتباه » تلقی و تعریف کرده اند چنانکه میدانیم با اینهمه نه تنها در دانش های مختلف همواره اشتباه و خطا رخ داده بلکه در منطق کلاسیک بعضی مغالطه ها و تعارض ها تا ابتدای قرن بیستم ناگشوده مانده و بکار بستن منطق کلاسیک در این مسائل مفید فایده ای نبوده است.

در اواخر قرن نوزدهم مکتب ریاضی ایتالیائی و چند تن دانشمند فرانسوی از یکسو و از طرف دیگر مکتب انگلیسی (بول Boole) مبانی مشترک منطق و جبر را رسیدگی میکردند و بول انگلیسی از این امر بنام « قوانین فکر » یاد میکند. بی مناسبت نیست اشاره شود که « پیوستگی ریاضیات و منطق » نزد خیام و به تبع او در نظر خواجه نصیرالدین طوسی در اساس الاقتباس امری قدیمی و کهنه است و برای اولین بار بمناسبت کنگره هفتمین سال تولد خواجه طوسی از طرف آقای دانش پژوه بررسی و عنوان گردید بدین نظر پیوستگی « منطق و ریاضی » از دورانیهای قدیم مورد نظر بوده است و فقط در دوران ماست که مبانی آن روشن و بر اساس قیاس محض استوار شده است.

از نظر تاریخی به همین مختصر قناعت کرده و اجمالاً آنچه بعنوان « منطق ریاضی » نام میگردد بررسی میکنیم انتقادی که از مبانی منطق ارسطو شروع میشود در مرحله اول متوجه « صوری کردن اصولی منطق » است بدین معنی که « مراد از منطق همان منطق صوری است » و در مکتب جدید منطق دیگری بهر عنوان مانند « منطق ماهوی ». « منطق مادی ». و هر نام دیگری مورد توجه نیست باینکه بنام « بحث الفاظ » یا « تصورات » در منطق قدیم مورد توجه بود اکنون اعتباری ندارد و در واقع « تکوین تصورها » و « تجرید » و « انتزاع » بمعنی « ایجاد » کلی ها « بمنطق مربوط نیست و در روان شناسی مورد بررسی قرار میگیرد.

منطق فقط از « تصدیقات باصطلاح قدیم » شروع میشود اساس کار بر « قیاسی کردن محض استدلال است » در ریاضیات جدید همت دانشمندان بر این گماشته میشود که در دستگاه مورد نظر فقط « بمقدمات اصولی » بنام اکسیوم $Axiome$ و یک سلسله احکام به نام « تعاریف » قناعت شود و در هر استنتاج یا استدلالی که صورت گیرد از این مقدمات استفاده کنند همین شیوه در منطق نیز مورد نظر است « الفاظ » که نماینده « مفاهیمی » هستند « همچون موجودات ریاضی » مجرد بکار میروند و مثلاً وقتی حکمی در نظر گرفته میشود الفاظی که در آن بکار میروند به طبقه خاصی تعلق میگیرند که همچون مجردات ریاضی قابل تعمیم و تمدیدند فی المثل حکم « الف حیوانیستاندار است طبقه الف را تعیین میکنند و الفاظ میمون و اسب و سگ فی المثل در هر موردی میتواند بجای الف بنشیند.

بدین نظر مشاهده میشود که دو سلسله اعمال مشابه اعمال ریاضی در منطق امکان پذیر است یکی « حساب طبقات » که کم و بیش شبیه اعمال چهار گانه حساب است

و دیگر «حساب احکام و قضایا» که شبیه اعمال فنکسیونل و حذف و تبدیل است ریشه و اساس این محاسبات در نظریه «مجموعه‌ها» در ریاضیات پی‌میگیرد و دستگاہهائی که از آنها بنام «سازمان Structure» یاد میکنند تعمیم پذیرفته و در مقابل سازمانهای ریاضی همچون سازمان جوی یا سازمان توپولوژی سازمانهای منطقی بنیاد میشوند. در اینجا مساله‌ای عنوان میشود که آیا شمول سازمانهای منطقی کلی‌تر است یا سازمانهای ریاضی؟ بدین معنی که آیا سازمانهای ریاضی تابع سازمانهای منطقی میباشند یا برعکس؟ گروهی از دانشمندان که بنام اصولیها *Ar amuettiste* معروفند ریاضیات را تابع و در واقع بابی از منطق میدانند نماینده این دسته متفکرین برتراند راسل فیلسوف معروف معاصر است و کتاب اصول ریاضی این مؤلف اولین کتابی است که بصورت جامع در این باب نگاشته شده است.

دسته دیگری که بنام شهودیه *Intaitiamiste* معروف اند منطق را تابع ریاضی میدانند و وایل فقید *Hl rmaurin Weyl* شارح و محقق معروف نسبت انیشتین و برارور *Borver* دانشمند هلندی معاصر از این دسته اند مراد از این تبعیت در این امر است که اصولیها مدعی هستند که با مبانی منطقی میتوان هم‌آهنگی و عدم تناقض احکام اولیه و تعاریف ریاضیات را (در هر مورد خاص) ثابت کرد زیرا بدیهی است که اگر چه هم با قبول اصول اولیه علم هندسه فی‌المثل بنای هندسه میسر و عملاً امکان یافته است ولی تعیین نیست که بعدها با تعقیب و ادامه تفحص بتناقضی یا شاید تعارضی برخوردیم و برای اینکه اصول *Axtomatisme* در هندسه معتبر باشد باید پایت کرد که مجموعه احکام اولیه و تعاریف در این علم متناقض نیست برتراند راسل و دیگر دانشمندان اصولی نشان میدهند که برای اثبات علم تناقض در هندسه یادگیر رشته ریاضیات ققط کافی است که عدم تناقض احکام علم حساب و خصوصاً تکوین اعداد صحیح مسلم گردد و اثبات این عدم تناقض با اثبات قضیه‌ای بنام قضیه *Gô del* منجر میشود که مدعی است «که عدم تناقض مطلق نه تنها اثبات ناشدنی است بلکه اساسی معنی است و مراد از عدم تناقض در یک سلسله احکام عدم تناقض نسبی است یعنی عدم تناقض این احکام در اندرون یک دسته احکام عمومی‌تر و کلی‌تر بدبختانه گروهی از دانشمندان ریاضی و منجمله شهودیه این اثبات را نارسا میدانند و مشکل همچنان باقی میماند، دسته *Intuitiolliste* منطق را تابع ریاضی میدانند به این معنی که «تصور و تکوین اعداد صحیح را در حساب با تصویر باطنی و دریافت شهودی میسر میدانند» روشن است که از این مرحله به بعد اثبات اصول و عدم تناقض در نزد «هر دودسته مشابه و یکسان است این مساله اختلاف هنوز بطور قطع و وضوح حل نشده است ولی کم و بیش هر یک از دودسته ادله‌ای بِنفع خود بر بطلان نظر دسته مقابل ابراز میکنند اما بهر صورت اکنون مسلم شده است که بسیاری از تعارضهای ریاضی خصوصاً در اصول مجموعه‌ها از نوع تعارضهای منطقی است.

یک سلسله تعارض از قدیم شناخته است که تا ابتدای قرن بیستم در حوزه منطق قابل رفع بنظر نمی‌رسید و حتی ارسطو بعضی از آنها را در کتاب خود ذکر کرده است از قبیل حکم مجرد که ناقص خویش است ارسطو این مثال را چنین ذکر میکند که مورخ اهل کرت میگوید کرتها دروغگویند میدانیم که این حکم دور باطل ایجاد میکند و نمیتوان نتیجه گرفت در جالی که اگر مورخ کرتی میگفت کرتیان راستگویند تعارضی رخ نمیداد هر روز تعارض در حالت اول از ناها گروهی دروغ‌ناشی میشود زیرا دروغ دروغ (یعنی نفی نفی) راست است بنا بر این جمله مجرد که بظاهر مجرد می‌نماید و در واقع ازدو جمله تشکیل شده است این گوینده اهل کرت است ولی میگوید کرتها

در ونگوبند در حوزه وجودی Régénération نام گروه قرار میگیرد در صورتیکه در حالت دوم حوزه وجودی همگروه است.

تعارض مشهور ریشار Antinomie de Richard که در نظر به مجموعه ها معروف است از طرف برتر اندر اسل در حوزه منطق تعمیم پذیرفته و بمثالهای ساده عادی و منطقی تبدیل یافته است تعارض ریشار تعارض مفهوم مجموعه ای است که خود مجموعه مجموعه هائی باشد که عضو خود نیستند با آسانی میتوان دریافت که چنین مجموعه ای نمیتواند عضو خود باشد و نه میتواند عضو خود نباشد گوئی «مجموعه هست و نیست» و تعارض، بین است مجموعه ها بر دو نوع اند یا مجموعه خود از افراد مجموعه است همچون مجموعه نامهای دنیا که خود مجموعه نامی دارد و این نام مجموعه نام هاست و چون خود نام است خود عضو مجموعه است یا مجموعه خود عضو مجموعه نیست مانند «مجموعه اسبهای دنیا» که مفهومی است که نامی می پذیرد ولی بهر حال «اسب» نیست چون نام است یا مفهوم است.

اکنون فرض کنیم که مجموعه کتابهای کتابخانه ملی از دو دسته کتاب تشکیل شده باشد کتابهای دسته اول کتابهای هستند که در فهرست ماخذ کتاب نام خود کتاب نیز ذکر شده است درسه دوم کتابهای هستند که در فهرست ماخذ آنها نام خود کتاب ذکر نشده است اکنون دو کتاب (I) و (II) را که اولی شامل نام کتابهای دسته اول و دومی شامل نام کتابهای دسته دوم است در نظر میگیریم.

این دو کتاب چون بکتابخانه ملی تعلق دارند ناچار یکی از دو دسته اول و دوم متعلق میباشد (حصص کتابهای کتابخانه باین دو دسته) و نام آنها در یکی از دو کتاب (I) و (II) باید درج شود کتاب (I) را به دسته اول متعلق فرض میکنیم و نام آنرا در خود کتاب ذکر میکنیم و مانعی رخ نمیدهد زیرا کتاب شامل نام خود میباشد ولی در مورد کتاب (II) اشکال رخ میدهد اگر نام کتاب (II) را در خود کتاب ذکر کنیم چون شامل نام خود میگردد پس بدسته اول متعلق میشود و ناگزیر نام آن باید در کتاب (I) هم ذکر شود و این متعارض است چه نام کتابهای کتابخانه در یکی فقط در یکی از کتابهای (I) و II باید موجود باشد و اگر نام کتاب II را در کتاب (I) درج کنیم چون شامل نام خود نمیگردد پس بدسته دوم متعلق میگردد و نام آن باید در کتاب (II) درج شود و اینهم متعارض است یعنی کتاب (II) به مجموعه کتابهای کتابخانه ملی تعلق دارد ولی بهیچ یک از دو دسته اول و دوم که این مجموعه را تشکیل میدهد متعلق نیست و این محال است چه این کتاب هم هست و هم نیست.

فرصت برای توضیحی مفصلتر کافی نیست ولی اشاره بدو مطلب در پایان کلام ضروری است اول آنکه باروشی که برای تحقیق در مورد منطق ریاضی اتخاذ میگردد «حصص منطق بمنطق دوارزشی» کلاسیک ضروری نیست. در منطق ارسطو همچنانکه میدانیم حکمی با درست است یا غلط یعنی یا راست است یا دروغ از این امر چنین بیان میکنند که منطق ارسطو دو ارزش بیشتر ندارد ولی در منطق ریاضی میتوان منطقهای سه ارزشی یا چند ارزشی در نظر گرفت این سازمانها در بادی امر سازمانهای بکلی مجرد و بدون مصرف بنظر میرسد اما پیشرفت فیزیک نوین کم و بیش باین قبیل سازمانها محتاج است و شرح مقال از حوصله این گفتار بیرون است.

دومین مطلبی که اشاره بآن لازم است استفاده ای است که از منطق ریاضی در موارد ماشینهای منطقی و محاسبه صورت میگیرد و همچنین بکار بستن اصول منطق ریاضی با کمک سازمان شبکه بندیها Réaux در امور اجتماعی و تشکیلات که

موجب استفاده و بهره‌برداری کامل از دستگاههای اجتماعی میگردد ،

در منطق ریاضی مسائل همچون جبر عنوان میشوند و طریقه حل بی‌شابهت
بروش ریاضی نیست برای ختم‌مقال و بعنوان نمونه مثالی که در حل آن اجتناب از
نشانه‌گذاری و محاسبات میسر است ذکر میکنیم و بحل آن بعنوان سازمان قناعت
میکنیم .

در جزیره‌ای که ساکنین آن ازدودسته راستگویان و دروغگویان که بظاهر
مشابه یکدیگر اند تشکیل شده است اجنبی وارد میشود که بزبان ساکنین جزیره
آشنا نیست یکی از افراد قبیله که بزبان این مرد اجنبی واقفاست با فرد دیگری
از ساکنین جزیره که زبان مرد اجنبی را نمیداند معارض مالکیت قطعه زمینی است
که در تصرف دارد و از این دو یکی راستگو و دیگری دروغگوست این دو مدعی
داوری را بمرد اجنبی و امیگذارند و این مرد بکمک مترجم سوالی از مدعی دیگر
میکند و چون جواب را مترجم ترجمه میکند داور مالک واقعی قطعه زمین را
تشخیص میدهد و بر آن اصل حکم میکند آیا سوال داور چیست ؟ و مترجم چه گفته
است ؟ بی شک مرد داور باید سوالی کند که جواب آن را قبلاً بقطع و یقین
بداند ، صرف نظر از اینکه سوال از راستگویان میشود یا از دروغگویان در اصطلاح
ریاضیات چنین امری را « ثابت مساله » مینامند و در این مورد این سوال راجع به نوع
افراد است اگر مرد اجنبی از مردی از ساکنین جزیره بپرسد که از کدام دسته میباشد
جواب این سوال بهر حال این است که « من از راستگویانم » چه اگر جواب دهنده
راستگو باشد باید بان اعتراف کند و اگر دروغگو باشد باید مدعی راستگویی شود
(دروغ بگوید) پس داور توسط مترجم از فرد دومی می‌پرسد که از کدام دسته است
و مترجم کلام او را ترجمه کرده و میگوید که (اومیگوید که از دروغگویانم) این
این جواب مطابق « ثابت مساله » نیست زیرا چنانکه گفته شد این جواب همواره
باید بصورت (من از راستگویانم) باشد پس مترجم دروغگوست و بنا بر این آن فرد
دیگر راستگو است و زمین باو تعلق دارد .

منطق ریاضی در سالهای اخیر مورد بررسی و تحقیق مجددی قرار گرفته و
مبانی و اصول آن از نوسیدگی شده است از سوی دیگر در رشته‌های دیگر ریاضی
بیش از پیش غور و بررسی میشود و غالباً منطق ریاضی در این بررسیها مورد حاجت
قرار میگردد و این خود موجب تکامل و پیشرفت این علم میگردد و هنوز بسیاری
از مشکلات مبانی ریاضیات و منطق گشوده نشده است تلاش دانشمندان روز بروز
مساله را روشن‌تر میکند و تکامل این دانش از یک سو به توسعه و بسط مبانی ریاضیات
میکشد و علمی بنام ماتماتیک Méamattsemotique بنیان میگردد و از سوی
دیگر پیوستگی منطق و ریاضیات با وضوح بیشتری به بنیان دانشی بنام علم دلالت
(Sémautsewe) منجر میگردد که با طرح دستور ماورازبان Metolanggr تاسیس
وضع زبان کیهانی کمک میکند که شاید در کیهان نوردهیای انسانی موجب
حاجت گردد و این خود داستان دیگری است که دستا نسرای اندیشه بشری میسازد
و میپردازد