

## در جغرافیا

# هندسه فراکتال

طبیعت، به کمک فرمول‌های ریاضی قابل محاسبه و ترسیم هستند. لیکن می‌دانیم، پدیده‌های طبیعی بسیاری وجود دارند که شکل منظم هندسی نداشته و برای محاسبه طول، مساحت و حتی رسم شکل این پدیده‌های نامتقارن، هندسه اقلیدسی حرفی برای گفتن ندارد. آیا در ریاضیات فرمولی وجود دارد که بتوان به کمک آن، شکل یک برگ درخت، رودخانه با شعباتش، و یا تصویری از خط‌الرأس کوه‌ها را رسم کرد و یا اندازه محیط و مساحت این گونه شکل‌ها را به دست آورد؟ تاکنون دانش ریاضی برای این گونه سؤالات پاسخی نداشته است.

از ابتدای خلقت تا کنون، انسان‌ها همواره در صدد کشف قوانین نظام طبیعت بوده‌اند تا بتوانند، در پیشرفت زندگی خود از آن‌ها بهره بگیرند. یکی از دانش‌هایی که از کنج‌کاوی‌های بشر برخاسته و با پیگیری او در کشف ماهیت نظام موجود در طبیعت مؤثر افتاده، «ریاضیات» است.

### تاریخچه هندسه فراکتال

نخستین بار در سال ۱۹۷۵ میلادی، یک متخصص رشته رایانه در شرکت «ای. بی. ام»، به نام ب. مندلبروت «هندسه فراکتال» را به شکل جدید که زبانی برای توصیف طبیعت است، توضیح داد.

البته قبل از او، ریاضی‌دانانی مانند جرج کانتور، پتانو، دبوید هیلبرت، هلگ فون کاخ، سیر پنسکی، هاسدورف و گاستون ژولیا نکاتی را کشف کرده بودند که در کشف این هندسه توسط مندلبروت مؤثر بودند. لیکن او به این معنی پی برد که هندسه اقلیدسی زبان دقیقی برای تفسیر اشکال طبیعی نیست. زیرا، نه ابرها کروی هستند، نه کوه‌ها مخروطی. خطوط ساحلی کشورها دایره شکل نیستند و خط ساحلی یک کشور الزاماً همان خطی که در نقشه‌های جغرافیایی ترسیم می‌شود، نیست. او معتقد بود، توصیف اشکال نامنظم و پیچیده دنیای واقعی، معادلات جدید ریاضی و مدل‌های هندسی خاصی را می‌طلبد.

امروزه مندلبروت به عنوان «پدر هندسه فراکتال» شهرت دارد. او برای توصیف بسیاری از اشکال ناموزون و بی‌تقارن طبیعی، این علم را ابداع کرد و اتفاقاً از همین زاویه می‌توان، ارتباط ظریفی بین دانش جغرافیا که با پدیده‌های طبیعی سروکار دارد و هندسه فراکتال برقرار نمود.

### فراکتال چیست؟

واژه «فراکتال» از کلمه لاتین «فراکتوس» (Fractus) به معنی «شکسته» گرفته شده است که اول بار، توسط مندلبروت به کار رفت، او معتقد بود که برای تعریف فراکتال‌ها باید همانند زیست‌شناسان

از شگفتی‌های نوین ریاضی، «هندسه فراکتال» است؛ علمی نو که پیشینه آن به سال ۱۹۷۵ میلادی می‌رسد. این رشته در ریاضیات که هنوز برای بسیاری از ریاضی‌دانان نیز شناخته نیست، می‌تواند بسیاری از اشکال غیر هندسی و ناموزون در طبیعت را «مدل‌سازی» کند. برای توضیح بیش‌تر، ابتدا کمی در مورد «هندسه اقلیدسی» صحبت می‌کنیم.

### هندسه اقلیدسی

در این هندسه که صدها سال است آموزش آن در سطوح مختلف آموزشی جریان دارد، با اشکال منظمی مانند: دایره، مربع، مخروط، مکعب، کره و... سروکار داریم. این علم توانسته است، به کمک فرمول‌هایی این اشکال را رسم کند و بین محیط، مساحت و حجم، و برخی دیگر از خواص هندسی با بعد خطی آن‌ها، روابطی توانی برقرار سازد. مثلاً اگر شعاع دایره باشد، محیط و مساحت دایره و حجم کره به شعاع R، با استفاده از فرمول‌های زیر به دست می‌آید و شکل آنها را نیز می‌توان رسم کرد:

$$\frac{4}{3}\pi R^3 = \text{حجم کره}, \quad 4\pi R^2 = \text{سطح کره}, \quad 2\pi R = \text{محیط دایره}$$

$$\pi R^2 = \text{مساحت دایره}$$

و یا اگر a ضلع یک مکعب باشد، روابط ساده زیر مساحت و حجم مکعب را تعیین می‌کنند:

$$6a^2 = \text{مساحت مکعب}, \quad a^3 = \text{حجم مکعب}$$

بنابراین، در هندسه اقلیدسی تمامی اشکال موزون و متقارن در

**آشنایی با چند شکل فراکتالی**  
گفتیم قبل از مندلبروت، ریاضی دان هایی در زمینه اشکال فراکتالی تحقیقاتی انجام داده بودند، و نمونه های مختلفی از اشکال فراکتالی را ابداع و ترسیم کرده بودند.

### برف دانه فون کخ

در سال ۱۹۰۴ میلادی، فراکتال «برف دانه فون کخ» توسط یک ریاضی دان سوئدی، به نام فون کخ معرفی شد. وی پاره خطی به طول  $l$  را در نظر گرفت و آن را به سه قسمت تقسیم کرد. روی قسمت میانی آن، یک مثلث متساوی الاضلاع ساخت و سپس قاعده اش را حذف کرد. همین عمل را برای هریک از ۴ قطعه به دست آمده تکرار کرد و همین طور عمل تقسیم را ادامه داد. (شکل ۳)

### بادبان سیرپنسکی

سیرپنسکی دانشمند لهستانی، در سال ۱۹۱۶ میلادی، فراکتال کلاسیک مثلث شکل را ارائه کرد که به مثلث یا «بادبان سیرپنسکی» شهر یافت.

او مثلث متساوی الاضلاعی انتخاب نمود و وسط اضلاع آن را به هم وصل کرد. به این ترتیب، ۴ مثلث کوچک ایجاد شد. مثلث وسطی را حذف کرد و سپس همین کار را با سه مثلث باقی مانده انجام داد. و این کار را ادامه داد. ملاحظه می کنید که هر مثلث با مقیاس کوچک تر، متشابه با مثلث اولیه است. رسم این مدل اشکال خودمتشابه توسط برنامه های گرافیکی (رایانه ای) قابل انجام است. (شکل ۴).



شکل ۱



شکل ۲

عمل کنیم. زیست شناسان تعریف دقیقی از یک موجود زنده ندارند، اما برای موجود زنده ویژگی هایی مانند حرکت، رشد، تنفس و ... قائلند. مندلبروت می گوید، بسیاری از اشکال نامتقارن در طبیعت، ویژگی های یک فراکتال را دارند. به خاطر این ویژگی هاست که می توان، شکل آن ها را به زبان جدید ریاضی بیان کرد.

او می گوید اگر  $F$  یک مجموعه فراکتالی باشد،  $F$  نموداری است با این مشخصات:

الف) بی قاعده تر از آن است که بتوان آن را با زبان هندسه اقلیدسی توصیف کرد.

ب) دارای ساختاری خود متشابه است.

بدین معنی که  $F$  شامل کپی هایی از خودش در مقیاس های متفاوت است. به عبارت

دیگر، هر زیر قسمت از  $F$  که بزرگ شود، مجدداً بیانگر تمام  $F$  است.

ج) ساختمان ظریفی دارد و تمام

جزئیات  $F$  را روی زیر قسمت های

$F$ ، با مقیاس کوچک تر می توان یافت.

به شاخه بلند یک گیاه «سرخس»

توجه کنید. هریک از برگ های آن مشابه کل شاخه آن است.

همین طور هریک از برگ های کوچک آن نیز همانند خود گیاه

است. (شکل ۱)

در هندسه فراکتال، این گونه اشکال فراکتال نامیده

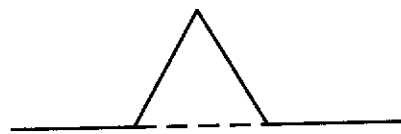
می شوند و به وسیله فرمول های پیچیده ریاضی قابل رسم

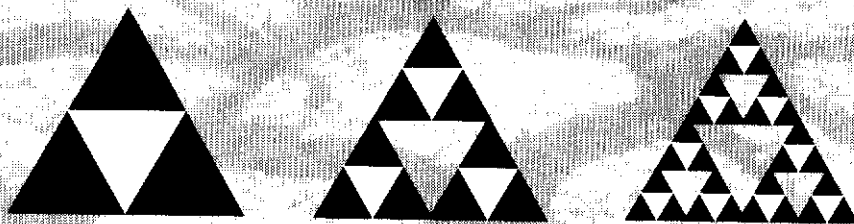
هستند. خوشبختانه در طبیعت، بسیاری از پدیده ها از شکل

فراکتالی برخوردارند و به کمک برنامه های نرم افزاری می توان

آن ها را رسم کرد. (شکل ۲)

شکل ۳





شکل ۴: بادبان سپرپنسکی

علاوه، این رشته علمی در دو زمینه علوم کاربردی و محاسباتی نیز قادر به شبیه‌سازی است.

رشته کوه‌ها، پشته‌های ابر، مسیر رودها با شعبه‌هایشان، خطوط ساحلی، پیکره کوه‌ها، و حتی اقمار و سیارات منظومه شمسی، ساختار فراکتالی دارند و به زبان ریاضی، قابل ترسیم و توصیف هستند. طراحی این پدیده‌ها به صورت مستقل و یا در کنار هم، و ساخت مدل‌های تصویری می‌تواند، جغرافی دانان را در جهت درک بهتر از محیط‌های طبیعی و برنامه‌ریزی منطقه‌ای یاری رساند.

درشکلهای ۵ و ۶، یک دشت سیلابی از جنس رس، در یک دوره خشکسالی و یا مسیر قدیمی یک رود و شعباتش در صحرای استرالیا، پدیده‌های طبیعی هستند که ساختار فراکتالی دارند. این اشکال پیچیده، به کمک الگوریتم‌های نه‌چندان مشکل، پرمیسیای قوانین هندسه فراکتالی و توسط فنون گرافیکی در رایانه مدل‌سازی می‌شوند.

شکل ۶: مسیر قدیمی یک رود و شعبه‌هایش در بیابان استرالیا



### نقش هندسه فراکتال در مدل‌سازی جغرافیا

مدل‌سازی در جغرافیا که بیش‌تر به منظور فهم بهتر سازمان فضایی جغرافیا به کار گرفته می‌شود و تأثیر عناصر و اجزای سیستم‌های جغرافیایی و تقابل آن‌ها با یکدیگر را مورد آزمایش قرار می‌دهد، امروزه می‌تواند، دستاوردهای هندسه فراکتالی را نیز در کنار خود داشته باشد. هندسه فراکتال می‌تواند، اشکال متنوع و نامتقارن پدیده‌های جغرافیایی را در کنار هم طراحی و مدل‌سازی کند و به دلخواه، عناصر و اجزایی را در یک چشم‌انداز، کم و یا زیاد کند.

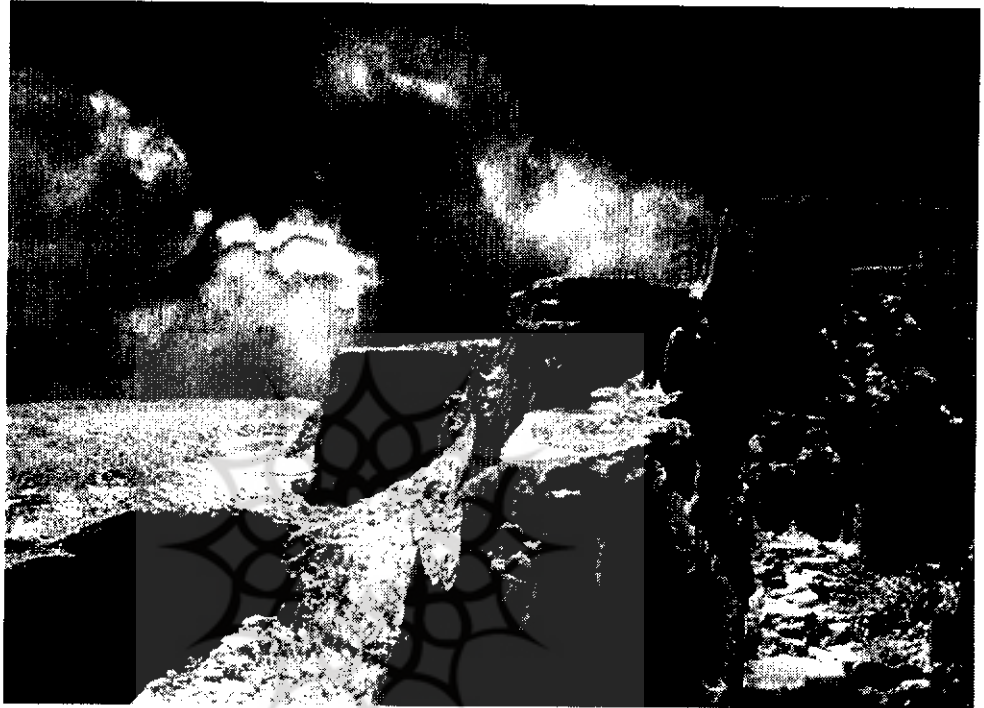
شکل ۵: تصویر فراکتالی یک زمین رسی خشک شده



شود. گرچه تا زمان استفاده از این فن برای کاربردی تر کردن جغرافیا در بسیاری از طرح‌های عمرانی و... فاصله نسبتاً طولانی وجود دارد، لیکن چشم اندازهای تازه‌ای در برابر برنامه‌ریزان جغرافیا به یاری هندسه فراکتال ایجاد شده است که نوید فراگیرتر شدن این بخش از دانش بشری را می‌دهد.

در تصویر ۷، تشخیص مناظر حقیقی از تصویر ساختگی بسیار سخت و غیرممکن است. تصویر شامل دیواره‌های صخره‌ای یک پچال قدیمی و نیز زبانه‌های جوششی توده‌آبرهای کمولوس است؛ دیده نامتقارن و غیر هندسی محیط پیرامون، که به کمک نرم‌افزارهای افیکی طراحی شده است. در بسیاری از زمینه‌ها، امکان چنین ل‌سازی‌ها و تصویرسازی‌هایی برای جغرافی‌دانان می‌تواند مهیا

شکل ۷



منابع

۱. بابلیان، اسماعیل: «ویژگی‌ها و تولید فراکتال‌ها»، مجله رشد آموزش ریاضی، سال ۱۴، شماره ۵۳.
۲. زبانی، نیلسوفر: «ریاضیات و هنر»، مجله رشد آموزش ریاضی، سال ۱۶، شماره ۵۸.
۳. محسنی، زهره: مقدمه‌ای بر هندسه فراکتال، موضوع پایان‌نامه دوره کارشناسی ارشد.

4. FRACTAL IN CLASSROOM, N.C.T.

