

مدیریت پرتفوی با استفاده از مدل شاخصی

دکتر غلامرضا اسلامی بیدگلی^۱ - فرشاد هیبیتی^۲

چکیده مقاله

در طول سالهای اخیر بسیاری از تحقیقات در رابطه با مدیریت پرتفوی به تبیین و تعیین پرتفوی بهینه معطوف گردیده‌اند. تحقیق حاضر به بررسی مدل شاخصی در بهینه‌سازی پرتفوی و استخراج مرز کارآ بر اساس اطلاعات سالهای ۷۵-۱۳۷۱ کلیه شرکتهای پذیرفته شده در بورس اوراق بهادار تهران می‌پردازد.

واژه‌های کلیدی

پرتفوی - مدیریت پرتفوی - بهینه‌سازی - بازده مورد انتظار - ریسک - ضریب حساسیت - مجموعه کارآ - مرز کارآ

۱- عضو هیأت علمی دانشکده مدیریت دانشگاه تهران

۲- دانشجوی دوره دکتری مدیریت

تاریخچه تئوری پرتفوی

تئوریهای سرمایه گذاری در چند دهه اخیر از پیشرفتهای شایانی برخوردار بوده است و در سیر تطور تاریخی خود به فرمولهای کاربردی دست یافته است. به جهات تاریخی، گفته می شود که تجارت و سرمایه گذاری نیز از نظریه شتاب تاریخ تبعیت می کنند به این معنی که حجم تجارت و سرمایه گذاری در قرن بیستم از گسترش خاصی پیروی می کند و بخصوص در سالهای پایانی قرن بیستم سرعت سرمایه گذاری و تجارت فزونی گرفته است و بی هیچ تردیدی کاربرد تکنولوژیهای موجود و تغییرات آتی آن در آینده ای نه چندان دور بر سرعت و نحوه و حجم کاربرد تجارت تأثیری شگرف خواهد گذاشت. این تغییرات موجب شده و خواهد شد تا معیارهای متفاوتی (نسبت به امروز) برای اخذ تصمیمات سرمایه گذار به کار گرفته شود. فرایند سرمایه گذاری را به صورت شماتیک می توان بشرح زیر نشان داد:



از عوامل مؤثر در «انتخاب» و «انجام» سرمایه گذاری، توجه سرمایه گذار به رابطه «بازده» و «ریسک» سرمایه گذاری است. تا سالهای اولیه قرن بیستم سرمایه گذاران از گروه نسبتهای بازده سرمایه گذاری^۱ برای اخذ تصمیم پیرامون سرمایه گذاریهای رقیب^۲ استفاده می کردند.

1-Return on Investment

2-Competitive Investment

اگر چه این گروه از نسبتها کاربردی فراگیر یافته ولی به لحاظ اینکه «ارزش زمانی پول» و «ریسک سرمایه گذاری» را مد نظر قرار نمی‌دادند در اوایل قرن بیستم معیار «دوره برگشت سرمایه»^۱ به عنوان یک روش جایگزین مطرح شد و این معیار نیز به سرعت پذیرش عامه یافت. معیار دوره برگشت سرمایه به نحوی «ریسک زمان» را مورد نظر قرار می‌دهد ولی همچنان از ضعف منظور نداشتن «سایر عوامل ریسک و ارزش زمانی پول» رنج می‌برد. از دهه ۱۹۲۰ مفهوم ارزش زمانی پول در فرمول‌بندی «معیارهای اقتصادی انتخاب طرحهای سرمایه گذاری» با عنوان «روشهای تنزیلی»^۲ (در مقابل روشهای سنتی)^۳ در ادبیات اقتصاد و مالی و سرمایه گذاری وارد شد و با گذشت کمتر از چند دهه به عنوان جزیی جدایی ناپذیر از ادبیات و تئوریهای مدیریت مالی، مدیریت سرمایه گذاری و اقتصاد قد علم کرد. با این حال کاربرد این تئوریهها نیز در «پذیرش» یا «عدم پذیرش» طرحهای سرمایه گذاری رقیب معمول بود. مزیت روشهای تنزیلی در این است که:

۱ - ارزش زمانی پول را با انتخاب یک نرخ تنزیل در نظر می‌گیرد.

۲ - نرخهای تنزیل را می‌توان با توجه به «ریسک سرمایه گذاریها» متفاوت از هم انتخاب نمود.

۳ - به این ترتیب عامل «بازدهی سرمایه گذاری» و عامل «ریسک سرمایه گذاری» در یک فرمول گنجانده می‌شوند. این معیارها به نوبه خود تحولی قابل توجه را در انتخاب طرحهای سرمایه گذاری به وجود آوردند معیازها این معیارها بیشتر در «قبول» یا «رد» طرحهای سرمایه گذاری رقیب کاربرد یافتند. با نوشته‌های Savage و Lorie، جیره‌بندی سرمایه‌ای با استفاده از «روشهای تنزیلی» و فرمولهای تحقیق در عملیات مطرح شد و فرض بر این بود که عامل «ریسک» در «نرخ تنزیل» منعکس می‌شود. تمامی معیارهای ارزیابی رفتار متفاوت سرمایه‌گذاران را در برخورد با ریسک نادیده می‌گرفتند. اگر چه از همین زمان نظریه

1-Pay - Back Period

2-Discounting Methods

3-Conventional Metods

«مطلوبیت پول» تا حدودی به تکامل «معیارهای اقتصادی انتخاب طرحهای سرمایه‌گذاری» کمک کرد ولی از جامعیت برخوردار نبود. می‌توان گفت که تا دهه ۱۹۵۰ «ریسک» یک عامل کیفی شمرده می‌شد تا این که با تلاشهای هاری مارکویتز (Harry Markowitz) «ریسک» کمیت پذیر شد و انحراف معیار جریانهای نقدی طرحهای سرمایه‌گذاری در شرایط مختلف اقتصادی - اجتماعی - سیاسی به عنوان «کمیت سنجش ریسک» معرفی گردید (بعدها از ضریب تغییرات^۱ جریانهای نقدی طرحهای سرمایه‌گذاری نیز استفاده شد).

مارکویتز در فرمول‌بندی معیار «بازده - ریسک» (که به طور خلاصه مدل E - V نامیده می‌شود) خود به هدف سرمایه‌گذاری توجه خاص داشت. به نظر وی سرمایه‌گذار (عاقل) به دنبال سرمایه‌گذاری در طرحهایی است که «بازدهی بیشتر» و «ریسک کمتر» داشته باشند. لیکن تا آن زمان مدل ریاضی برای حل این معادلات ابداع نشده بود و لذا بیانیه خود را به دو بیانیه قابل حل تجزیه نمود:

الف - سرمایه‌گذاری با هدف کسب بازده بیشتر با ریسک معین، و یا

ب - سرمایه‌گذاری با هدف ریسک کمتر با بازده معین.

مارکویتز، بخصوص، ریسک یک سرمایه‌گذاری را تنها در «انحراف معیار» آن طرح جستجو نمی‌کرد بلکه اثر ریسک یک سرمایه‌گذاری^۲ را بر ریسک مجموعه سرمایه‌گذاری^۳ مورد توجه قرار داد. وی با ارائه مدل خود در دنیای تئوری سرمایه‌گذاری غوغایی بر پا نمود و نهایتاً در ۱۹۹۱ برنده جایزه نوبل شد. تأثیر ریسک یک سرمایه‌گذاری بر ریسک مجموعه سرمایه‌گذاری مستلزم محاسبات «کوواریانس» و «ضرایب همبستگی» بود که به ناچار انجام محاسبات را مشکل و وقت‌گیر می‌نمود. چندی بعد دانشجوی متعهد وی به نام ویلیام شارپ (William Sharpe) با تبیین ضریب حساسیت « β » به عنوان معیار ریسک، مدل ساده و کاربردی با نام Simplified Model را به دنیای تئوریهای سرمایه‌گذاری عرضه نمود. شارپ

1-Coefficient of Variation

2-Individual Investment Risk

3-Portfolio Risk

نیز همزمان و با مشارکت استاد خود در ۱۹۹۱ جایزه نوبل اقتصاد را از آن خود ساخت. متعاقب ارائه این مدلها دنیای تئوریهای سرمایه‌گذاری به سرعت دگرگون شد و در دهه ۱۹۷۰ پروفیسور راس (Ross) مدل آربیتراژ^۱ را پایه‌گذاری کرد. طبعاً از آن زمان تحولاتی در اعتبار تئوریا و تئوری‌پردازی در سرمایه‌گذاری رخ داده است و انتظار می‌رود که نقد این تئوریا پایان پذیرفته باشد لیکن از دهه ۱۹۸۰ اعتبار نظریه‌های مالی سخت دچار تردید شده است ولی هنوز فرمولهای برتری ارائه نشده است.

با وجودی که حدود نیم قرن از ارائه مدلهای فوق می‌گذرد، با این حال «تدریس» این تئوریا در دانشگاه‌های کشورمان در سالهای اخیر آغاز شده است و هنوز منابع فارسی در اشاعه چنین تئوریهایی بسیار محدود می‌باشد. در این شرایط، امری طبیعی است که عنوان شود «کاربرد این تئوریا در کشورمان حتی قدمهای اولیه را نیز به سختی برمی‌دارد». استفاده از تئوریا و مدلهای موجود، و نیز تئوری‌پردازی مستلزم اطلاعات است که بدون شک در بازار نوپای سرمایه‌کشورمان به سختی تحصیل می‌شود. با این حال بر آن شدیم که با توجه به جوان بودن بازار سرمایه در ایران و ضرورت آشناکردن افراد علاقمند به این تئوریا و کاربرد آنها، تحقیقی را در «استفاده از مدلهای بهینه‌سازی پرتفوی در بورس اوراق بهادار تهران» دنبال کنیم، حاصل این تحقیق در پی می‌آید. بی‌هیچ تردیدی این تحقیق بدون کاستی نیست ولی امید داریم اندیشمندان کشور هم این کاستیها را یادآوری فرمایند و هم خود با تحقیقات و نوشته‌های لازم بر غنای آن بیفزایند.

ریسک و بازدهی مورد انتظار پرتفوی^۲

پرتفوی عبارت است از مجموعه‌ای از سرمایه‌گذاریها که بر اساس دو معیار ریسک و بازدهی مورد انتظار ارزیابی می‌گردد. بازدهی مورد انتظار پرتفوی به صورت ذیل قابل محاسبه است:

1-Arbitrage Pricing Theory

2- Expected Return

$$\bar{R}_p = E(R_p) = \sum_{i=1}^N x_i E(R_i) = \sum_{i=1}^N x_i \bar{R}_i \quad (1)$$

به طوری که:

\bar{R}_p : بازدهی مورد انتظار پرتفوی

x_i : بخشی از بودجه کل که در طرح i ام سرمایه گذاری می‌گردد

\bar{R}_i : نرخ بازدهی مورد انتظار طرح i ام

ریسک پرتفوی با توجه به اثرات ناشی از تعامل طرحهای سرمایه گذاری از طریق میانگین وزنی انحراف معیار (بازدهی‌ها) قابل محاسبه نمی‌باشد لذا ابتدا کوواریانس هر زوج از طرحها سنجیده می‌شود:

$$\text{Cov}(i, j) = r_{ij} S_i S_j \quad (2)$$

به طوری که:

r_{ij} : ضریب همبستگی زوج i و j

S_i : انحراف معیار طرح i

S_j : انحراف معیار طرح j

سپس ریسک مجموعه سرمایه گذاری (پرتفوی) تعیین می‌گردد:

$$S_p = \left[\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N x_i x_j \text{Cov}(i, j) \right]^{1/2}$$

ریسک پرتفوی: S_p

x_i : بخشی از بودجه کل که به طرح i ام اختصاص یافته است

x_j : بخشی از بودجه کل که به طرح j ام اختصاص یافته است

$\text{Cov}(i, j)$: کوواریانس طرح i و j

سرمایه‌گذاران از دید تنوع در پی پرتفوی با انحراف معیار صفر هستند که مستلزم وجود کوواریانس منفی بین طرحهای سرمایه گذاری می‌باشد که در عمل بندرت قابل دستیابی می‌باشد.

مدل ریاضی مارکوتیز، مدلی آرمانی به شمار می‌آید:

$$\text{Max } \bar{R}_p = \sum_{i=1}^N x_i \bar{R}_i \quad (۴)$$

$$\text{Min } S_p^2 = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N x_i x_j S_{ij} \quad (۴)$$

S.t

$$\sum_{i=1}^N x_i = 1 \quad x_i \geq 0 \quad i = 1, 2, \dots, N$$

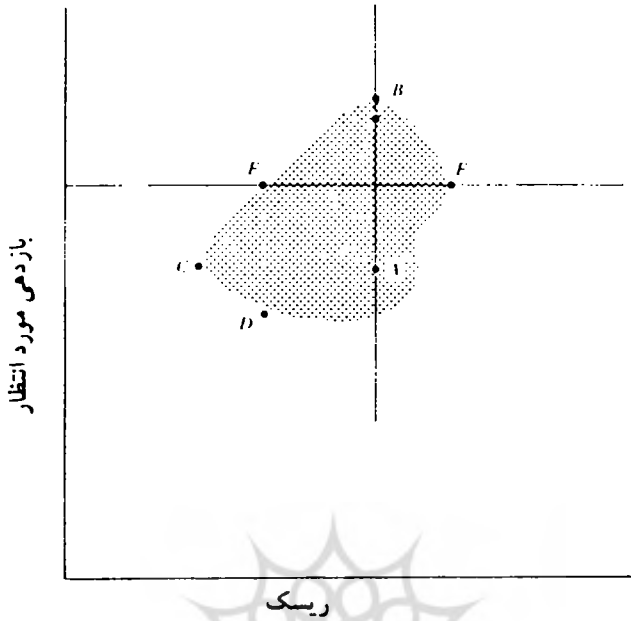
تعیین پرتفوی بهینه بر اساس مدل مارکوتیز از پیچیدگیهای بسیاری برخوردار است از جمله حجم وسیع محاسبات و تعدد متغیرها، به گونه‌ای که در یک بازار با N طرح سرمایه‌گذاری معادل $\frac{N^2 + 3N + 2}{2}$ متغیر باید محاسبه گردد. از سوی دیگر توزیع بازدهی طرحها الزاماً از توزیع نرمال تبعیت نمی‌کند و علاوه بر آن در مواردی انحراف معیار توزیع قابل محاسبه نمی‌باشد. لذا مدل‌های دیگری از جمله مدل شاخصی، مدل قیمت‌گذاری دارایی سرمایه‌ای و APT مطرح شده‌اند.

استخراج همزکار آ^۱ پژوهشگاه علوم انسانی و مطالعات فرهنگی

در تئوری می‌توان تمامی طرحهای سرمایه‌گذاری را بر اساس بازدهی مورد انتظار و ریسک در مختصات دو بعدی نمایش داد (شکل شماره ۱).
با بررسی دقیق نقاط می‌توان مجموعه‌ای از پرتفویهایی را یافت که دارای این دو ویژگی باشند:

۱ - امکان دستیابی به بازدهی بیشتر با ریسک معین و یکسان

۲ - امکان دستیابی به ریسک کمتر با بازدهی یکسان



شکل شماره ۱

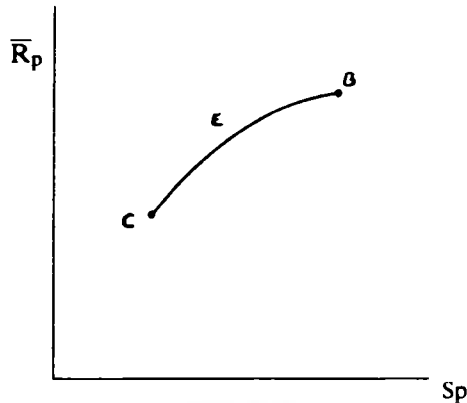
سرمایه گذار در نقاط A و C از بازدهی یکسانی برخوردار است لیکن نقطه A مستلزم پذیرش ریسک بالاتر است بنا براین طبق اصل رجحان پرتفوی C نسبت به پرتفوی A در اولویت قرار می‌گیرد. پرتفوی A و پرتفوی B علی‌رغم ریسک یکسان، بازدهیهای متفاوتی دارند به این ترتیب نقطه B بر A ترجیح داده می‌شود و مرز کاراً به صورت منحنی محدب CEB استخراج می‌گردد. شکل شماره ۲

بهینه‌سازی پرتفوی

در طول چهار دهه اخیر اغلب تحقیقات در رابطه با مدیریت پرتفوی بر کاربردی نمودن تئوریهای تمرکز نموده‌اند. تسهیل فرایند انتخاب پرتفوی بهینه به دو صورت انجام می‌پذیرد:

۱ - تقلیل حجم اطلاعات ورودی

۲ - تقلیل عملیات محاسباتی، که این دو توأمأ در مدل شاخصی^۱ لحاظ گردیده‌اند.



شکل شماره ۲

الف - مدل ریاضی

مشاهدات تصادفی قیمت سهام آشکار می‌سازد که با افزایش شاخص بورس، قیمت سهام بسیاری از شرکتها شروع به رشد می‌کند و با کاهش شاخص بازار سهام، تنزل قیمتها آغاز می‌گردد. به عبارت دیگر می‌توان بازدهی هر سهم را مرتبط با تغییرات شاخص بیان نمود:

$$R_i = a_i + \beta_i R_M \quad i=1, 2, \dots, N \quad (5)$$

به طوری که:

a_i : بخشی از بازدهی سهم i ام که نسبت به عملکرد بازار مستقل است

R_i : نرخ بازدهی بر اساس شاخص بازار (متغیر تصادفی)

β_i : عدد ثابتی که میزان تغییر بازدهی مورد انتظار (R_i) را بر حسب R_M می‌سنجد و به عبارتی میزان حساسیت بازدهی هر سهم را نسبت به نوسانات بازار سهام تبیین می‌کند و در مدل قیمت‌گذاری دارایی سرمایه‌ای به عنوان معیار سنجش ریسک در نظر گرفته می‌شود.

متغیر تصادفی: a_i به دو بخش تجزیه می‌گردد:

$$a_i = \alpha_i + \epsilon_i \quad i=1,2,\dots,N \quad (6)$$

به طوری که:

α_i : امید ریاضی a_i است

ϵ_i : عنصری تصادفی است که امید ریاضی آن معادل صفر باشد.

با توجه به معادلات (۵) و (۶) معادله اصلی مدل شاخصی تبیین می‌گردد:

$$R_i = \alpha_i + \beta_i R_M + \epsilon_i \quad i=1,2,\dots,N \quad (7)$$

بازدهی مورد انتظار، ریسک، و کوواریانس در مدل شاخصی به شرح زیر می‌باشند:

$$\bar{R}_i = \alpha_i + \beta_i \bar{R}_M \quad 1 - \text{میانگین بازدهی سهم } i \text{ ام}$$

$$S_i = [\beta_i^2 S_M^2 + S_{\epsilon_i}^2]^{\frac{1}{2}} \quad 2 - \text{ریسک سهم } i \text{ ام}$$

$$S_{ij} = \beta_i \beta_j S_M^2 \quad 3 - \text{کوواریانس بازدهی دو سهم } i \text{ و } j$$

به این ترتیب حجم اطلاعات ورودی در یک بازار N سهمی از $\frac{N^2 + 3N + 2}{2}$ در مدل کوواریانسی به $3N + 2$ در مدل شاخص تقلیل می‌یابد.

مزیت دیگر مدل‌های شاخصی تسهیل محاسبات بهینه‌یابی می‌باشد. به طوری که ابتدا معیار رتبه‌بندی سهام جهت تعیین مطلوبیت شمول هر سهم در پرتفوی تبیین می‌گردد. سپس میزان بهینه معیار محاسبه می‌گردد و بر اساس آن سهام با رتبه بالاتر، از معیار فوق پرتفوی بهینه را به وجود می‌آورند. معیار واحد در مدل تک شاخصی عبارت است از:

$$\frac{\bar{R}_i - R_F}{\beta_i} \quad (8)$$

\bar{R}_i : بازدهی مورد انتظار سهم i ام

R_F : بازدهی بدون ریسک

β_i : درصد تغییر در نرخ بازدهی مورد انتظار سهم i در ازای یک درصد تغییر در بازدهی بازار

پرتفوی بهینه از طریق حل معادله زیر:

$$\text{Max} \frac{\bar{R}_i - R_F}{\beta_i}$$

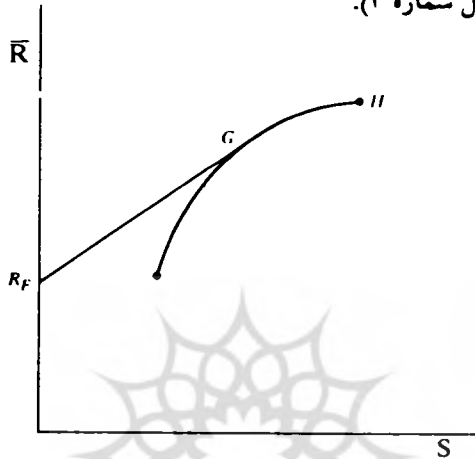
S.T

$$\sum x_i = 1$$

$$x_i \geq 0$$

$$i=1,2,\dots,N$$

مجموعه حاصل ریسک و بازدهی مورد انتظاری دارد که در مختصات دو بعدی بر روی مرزکاراً قرار می‌گیرد و با توجه به وجود نرخ بازدهی بدون ریسک (وام‌دهی / وام‌گیری مجاز) نیم‌خطی که از R_F واقع بر محور عمودی ترسیم شده و از نقطه G بگذارد به عنوان مرز کاراً شناخته می‌شود. (شکل شماره ۳).



شکل شماره ۳

ب - مفروضات مدل شاخصی

رفتار انفرادی سرمایه‌گذاران بر اساس فرضیات شش‌گانه ذیل مورد بررسی قرار می‌گیرد:

۱ - معیار ارزیابی طرح‌های سرمایه‌گذاری، بازدهی مورد انتظار و انحراف معیار آن در طول یک دوره زمانی می‌باشد.

۲ - سرمایه‌گذاران اشباع‌ناپذیرند. بنابراین در انتخاب بین دو پرتفوی (طرح)، به طرح پربازده توجه می‌نمایند.

۳ - سرمایه‌گذاران ریسک‌گریز هستند و در انتخاب دو طرح به طرح کم‌ریسک‌تر علاقمند هستند.

۴ - هر دارایی به طور نامحدود قابل تجزیه و تقسیم می‌باشد.

۵ - نرخ بدون ریسک برای وام‌دهی / وام‌گیری وجود دارد.

۶ - هزینه‌های معاملاتی و مالیات وجود ندارد.

فرضیه تحقیق

مدل شاخصی بر فرضیه وجود ارتباط خطی معنی دار بین بازدهی مورد انتظار پرتفوی و بازدهی مورد انتظار بازار استوار است، به عبارتی $E(e_i) = 0$ شرط بکارگیری مدل محسوب می‌گردد. به این ترتیب فرضیه پژوهشی ذیل تبیین می‌گردد:

«ارتباط خطی معنی داری بین بازدهی مورد انتظار پرتفوی و بازدهی بازار وجود دارد.»

بر اساس فرضیه پژوهشی فوق فرضیات آماری ذیل بیان می‌شوند:

فرضیه صفر: در سطح اطمینان ۹۵٪ رابطه خطی معنی داری بین R_M و \bar{R}_i وجود ندارد.
فرضیه یک: در سطح اطمینان ۹۵٪ رابطه خطی معنی داری بین R_M و \bar{R}_i وجود دارد. به منظور آزمون فرضیه صفر، اطلاعات در رابطه با تغییرات قیمت، سود نقدی و تغییرات سرمایه شرکت‌های پذیرفته شده در بورس اوراق بهادار تهران طی سالهای ۷۵-۱۳۷۱ جمع‌آوری گردید.

بازدهی ماهیانه هر سهم بر اساس معادله (۶) محاسبه گردید:

$$R_i = \frac{DPS}{P_0} + \frac{(1+\alpha) P_1 - P_0 - C}{P_0} \quad (10)$$

به طوری که:

DPS: سود نقدی هر سهم

P_0 : قیمت سهم در ابتدای ماه

P_1 : قیمت سهم در پایان ماه

α : درصد افزایش سرمایه

C: آورده نقدی به هنگام افزایش سرمایه به ازای یک سهم

سپس میانگین بازدهی ماهیانه به روش میانگین هندسی محاسبه شد:

$$\bar{R}_i = \left[\prod_{i=1}^N (1 + R_i) - 1 \right]^{\frac{1}{N}} \quad (11)$$

به طوری که:

N: تعداد دوره

انحراف معیار بازدهی ماهیانه هر سهم در طول دوره مورد بررسی به عنوان معیار ریسک در نظر گرفته شده است:

$$S_i = \frac{\sum (R_i - \bar{R}_i)^2}{N - 1} \quad (12)$$

ضریب حساسیت سهم i مطابق معادله (۹) محاسبه گردید:

$$\beta_i = \frac{S_{im}}{S_m^2} = \frac{\sum_{t=1}^N (R_{it} - \bar{R}_{it})(R_{mt} - \bar{R}_{mt})}{\sum_{t=1}^N (R_{mt} - \bar{R}_{mt})^2} \quad (13)$$

به طوری که:

R_{mt} : تغییرات ماهیانه شاخص بورس

\bar{R}_m : میانگین بازدهی بازار

N : تعداد دوره مورد بررسی

بازدهی پرتفوی عبارت است از میانگین حسابی وزنی بازدهی هر یک از سهام موجود در

مجموعه یعنی:

$$\bar{R}_p = \sum_{i=1}^N x_i \bar{R}_i \quad (14)$$

به طوری که:

x_i : وزن هر سهم در پرتفوی

درصد تغییرات ماهیانه شاخص بورس (TEPIX) به عنوان بازدهی ماهیانه بازار در نظر

گرفته شده است و میانگین بازدهی ماهیانه بازار نیز از طریق معادله (۱۱) محاسبه می‌گردد.

میانگین بازدهی هفت پرتفوی که اجزای آن به صورت تصادفی از میان شرکتهای پذیرفته

شده در بورس اوراق بهادار تهران انتخاب شده‌اند در جدول شماره ۱ نمایش داده شده است.

آزمون همبستگی در سطح اطمینان ۹۵٪ در رابطه با پرتفوی بازار و پرتفویهای ۱ تا ۷

انجام پذیرفت و در کلیه موارد آماره فیشر از عدد جدول بزرگتر بوده است. بنابراین فرضیه

صفر مبنی بر عدم وجود ارتباط خطی معنی دار در سطح اعتماد ۹۵٪ در کلیه موارد تأیید نمی شود.

بازدهی بر حسب %

سال	۱۳۷۱	۱۳۷۲	۱۳۷۳	۱۳۷۴	۱۳۷۵
پرتفوی بازار	-۰/۸۱۳	-۰/۶۳۶	۴/۸۸۲	۷/۴۲۹	۲/۰۸
پرتفوی ۱	۴/۴	-۰/۵۵	۷/۹	۹/۷۷	۶/۸۷
پرتفوی ۲	۱/۹۵	۱/۴	۹/۲۵	۸/۷۵	۷/۰۲
پرتفوی ۳	-۰/۰۱	۳/۶۳	۷/۲	۱۳/۴۵	۳/۰۶
پرتفوی ۴	-۰/۲۶	۲/۵۲	۵/۹۳	۶/۱۶	۲/۱۸
پرتفوی ۵	۱/۰۳	۱/۳	۲/۶	۶/۹۳	۲/۳
پرتفوی ۶	۰/۷۸	۱/۷۲	۷/۶۷	۱۰/۶	۵/۲
پرتفوی ۷	۱/۴	-۰/۹۴	۴/۵۵	۵/۹	۳/۲

جدول شماره ۱

نتایج تحقیق

با توجه به تأیید فرضیه پژوهشی امکان بهینه سازی پرتفوی از طریق مدل شاخصی میسر می باشد. بنا براین می توان تابع هدف که به صورت شیب خطی که از R_F بر مجموعه کاراً^۱ رسم می گردد را با قید محدودیت ذیل:

$$\sum_{i=1}^N x_i = 1$$

بیشینه نمود که به عبارت ساده‌تر تعیین شیب نیم خطی که از R_F بر مجموعه کارآ مماس می‌گردد هدف اساسی محسوب می‌گردد.

تکنیک ضریب لاگرانژ با رعایت شرایط کان - تاکر جهت حل مسأله به کار گرفته شده است که حاصل آن یک دستگاه n معادله n متغیره می‌باشد. حل دستگاه فوق‌الذکر به منظور تعیین پرتفوی بهینه به صورت دستی امکان‌پذیر نمی‌باشد بنا بر این نرم‌افزاری به این منظور طراحی گردید که قادر است کلیه اطلاعات مبنی بر تغییرات قیمت، سود نقدی و تغییرات سرمایه شرکت‌های پذیرفته شده در بورس اوراق بهادار تهران را پردازش نموده، و بر حسب نرخ بازدهی بدون ریسک در شرایط الف - فروش استقراضی مجاز ب - فروش استقراضی غیرمجاز، پرتفوی بهینه را محاسبه نماید.

معادله مرز کارآ با در نظر گرفتن نرخ بازدهی بدون ریسک معادل 2% در ماه به صورت ذیل

می‌باشد:

$$\bar{R}_p = 2 + 0.86 S_p$$

به طوری که :

\bar{R}_p : بازدهی مورد انتظار پرتفوی

S_p : ریسک پرتفوی

سرمایه‌گذاران قادرند با تعیین ریسک یا بازدهی مورد انتظار خود ترکیبی از پرتفوی بهینه سرمایه‌گذاری ($R_p = 5/89\%$ و $S_p = 4/53\%$) و سرمایه‌گذاری بدون ریسک ($R_f = 2\%$) ایجاد کنند. وزن سرمایه‌گذاری بدون ریسک در پرتفوی بهینه مطلوب معادل

$$x = 1 - \frac{S_c}{4/53}$$

می‌باشد به طوری که :

S_c : ریسک مورد قبول سرمایه‌گذار

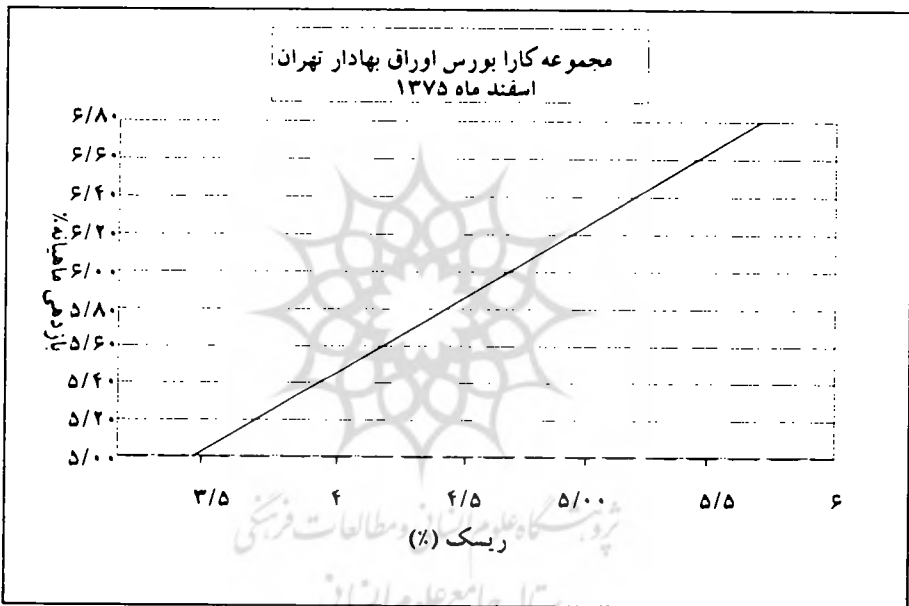
و یا

$$x = 1/514 - \frac{\bar{R}_c}{3/89}$$

به طوری که:

R_c : بازدهی مورد انتظار سرمایه گذار

با تغییر نرخ بازدهی بدون ریسک می توان مجموعه کارآ را در شرایط فروش «استقراضی سهام غیرمجاز» استخراج نمود که در شکل شماره ۴ مشاهده می گردد و در جدول شماره ۲ و ۳ نیز اجزای سه پرتفوی بهینه را بر روی مجموعه کارآ نمایش می دهد.



شکل شماره ۴

پرتفوی ۱			
نام شرکت	%	نام شرکت	%
سرما آفرین	۴/۹۷۹	داروسازی سینا	۱/۰۸۵
تلویزیون پیام	۶/۸۲۲	کف	۱/۶۶۴
لوازم خانگی پارس	۰/۱۲۹	صنعتی ملایر	۱/۰۱۸
آزمایش	۰/۴۶۹	پاکسان	۰/۴۰۸
پشم و شیشه ایران	۱۳/۷۷۴	روغن نباتی پارس	۰/۲۸۸
کاشی و سرامیک الوند	۹/۵۱۷	مارگارین	۰/۰۵۰
کابل البرز	۰/۷۹۷	نوش مازندران	۴/۵۴۳
صنایع بسته بندی مشهد	۰/۸۳۸	قند لرستان	۳/۹۴۹
سپنتا	۱/۸۱۹	توسعه صنایع بهشهر	۹/۴۵۳
صنایع فلزی ایران	۵/۶۷۸	سرمایه گذاری رنا	۹/۹۸۸
پمپ پارس	۵/۱۵۹	علاءالدین	۵/۵۰۵
		شیشه و گاز	۱/۷۴۴

جدول شماره ۱ - نقاطی از مجموعه کارآ

پرتفوی ۲			
نام شرکت	%	نام شرکت	%
آزمایش	۰/۵۸۹	صنعتی ملایر	۱/۰۵۳
پشم و شیشه ایران	۱۳/۸۵۷	پاکسان	۰/۱۴۵
کاشی و شیشه الوند	۱۰/۰۳۹	روغن نباتی پارس	۰/۵۷۲
کابل البرز	۱/۱۷۹	مارگارین	۰/۲۱۴
سپتا	۱/۹۸۵	نوش مازندران	۴/۶۲۲
صنایع فلزی ایران	۶/۰۳۴	قند لرستان	۴/۰۶۸
پمپ پارس	۴/۹۸۷	توسعه صنایع بهشهر	۱۰/۷۸۸
ایران تایر	۵/۲۲۲	سرمایه گذاری رنا	۱۰/۸۸۴
تأمین ماسه ریخته گری	۱/۲۰۷	علاءالدین	۵/۲۵۵
آذریت	۰/۴۵۷	شیشه و گاز	۱/۴۹۵
پارس دارو	۱/۵۷۹	سرما آفرین	۵/۰۱۴
		تلویزیون پیام	۷/۶۷۰

جدول شماره ۲ - نقاطی از مجموعه کارآ

بر نفوی ۳			
نام شرکت	%	نام شرکت	%
پمپ پارس	۵/۱۵۹	پارس دارو	۱/۵۷۹
لوازم خانگی پارس	۱/۷۱۱۰۰	ایران تایر	۴/۸۹۲
آزمایش	۰/۳۱۷	تأمین ماسه ریخته‌گری	۱/۳۴۴
پشم و شیشه ایران	۱۳/۱۰۵	آذریت	۰/۴۳۶
کاشی و سرامیک الوند	۸/۷۲۲	پارس دارو	۲/۹۳۰
کابل البرز	۰/۴۲۷	داروسازی سینا	۱/۸۰۷
کارتن ایران	۰/۱۴۲	نفت بهران	۰/۴۰۷
صنایع بسته‌بندی مشهد	۱/۹۳۰	کف	۳/۴۳۰
سپتا	۱/۶۱۳	صنعتی ملایر	۰/۹۲۵
صنایع فلزی ایران	۵/۱۵۹	پاکسان	۰/۵۰۳
پمپ پارس	۴/۹۲۱	نوش مازندران	۴/۲۸۴
ایران تایر	۴/۴۷۶	قند لرستان	۳/۶۹۰
سیمان شمال	۱/۵۷۵	توسعه صنایع بهشهر	۷/۹۱۷
تأمین ماسه ریخته‌گری	۱/۳۶۸	سرمایه‌گذاری رنا	۸/۹۷۴
آذریت	۰/۳۸۹	مخمل و ابریشم کاشان	۰/۰۵۱
پارس دارو	۳/۷۰۵	علاء‌الدین	۵/۴۶۳
داروسازی سینا	۲/۲۱۰	شیشه و گاز	۱/۷۵۸
ماشین‌سازی اراک	۰/۱۹۱	سرما آفرین	۴/۷۲۲
		تلویزیون پیام	۵/۹۱۶

جدول شماره ۳ - نقاضی از مجموعه کارآ

منابع و مأخذ:

- ۱ - اسلامی سدگلی، علامرضا، «رابطه بازدهی سرمایه‌گذاری، ریسک سرمایه‌گذاری و هزینه سرمایه»، دانشکده مدیریت دانشگاه تهران، تابستان ۱۳۷۵.
- ۲ - عرب مازار، عباس، اقتصاد سنجی، سری سی.
- ۳ - سالنامه‌های بورس اوراق بهادار تهران، ۷۴-۱۳۷۱.
- 4- R. Dobbins, S. Witt, J. Fielding., **Portfolio Theory and Investment Management**, Blackwell, Oxford . 1994.
- 5- H. Markowitz., " Portfolio Selection", **Journal of Finance**, 1952.
- 6- W.F. Sharpe., "Portfolio Analysis", **Journal of Finance**, 1974.
- 7- B. Vijay., "Mathematical Programming of Adimssible Portfolios", **Management Science**, 1977.
- 8- W.F. Sharpe., " Capital Asset Pricing Model ", **Journal of Finance**, 1974.
- 9- J.A. Dalton., **The Inflation Beater's Investment Guide**, J. Wiley, 1989.
- 10- M. Friedman, I.Savage., " The Utility Analysis of Choices Involving Risk ", **Journal of Political Economy**, 1948.
- 11- A. Belkoui., **Accounting Theory**, Harcaurt Brace Jawnovich Publishers, 1985.
- 12- J. Lorie, V. Niederhoffer., " Predictive and Statistical Properties of Insider Trading", **Journal of Law and Economics**, 1968.